



Una caracterización de la Competencia Matemática Representar: el caso de la función lineal

A characterization of Mathematic Representar Competition: the case of the linear function

Fecha de recepción: 19 de agosto de 2015 / Fecha de aceptación: 19 de septiembre de 2015

Escrito por: Pompilio Sánchez Artunduaga⁴
Míller Ángel Martínez Muñoz⁵
Arnulfo Coronado⁶

Resumen

En esta investigación se hace una caracterización de la competencia matemática representar, asociada al objeto matemático función lineal. Se siguió la metodología cualitativa en la cual se adoptó el estudio de caso como método de investigación, se contó con la participación de los estudiantes de grado décimo de la institución educativa rural La Esmeralda. Para tal propósito se elaboró y aplicó un modelo teórico a priori de competencia matemática representar con base en la teoría expuesta por Godino y Fandiño (2008). Los resultados más destacados son: el empleo de diferentes sistemas de representación en el que el componente matemático y el uso social de las matemáticas se asoció al predominio de la representación icónica para la situación problémica propuesta. Para representar o codificar los coeficientes de variación predominó el empleo de signos no convenidos en la matemática. En tanto, al momento de realizar transformaciones dentro de un mismo sistema de representación las dificultades fueron menores que al realizar transformaciones entre diferentes sistemas de representación, en especial para construir una expresión algebraica para la función lineal. En cuanto a los procesos afectivo y de tendencia de acción, se evidenció el deseo y la voluntad por responder a todas las tareas matemáticas propuestas durante la actividad matemática, la perseverancia y dedicación se evidenciaron en cada jornada de trabajo.

Palabras claves: Competencia Matemática, Representación, Procesos.

Abstract

This research makes a characterization of mathematical competition represent, associated with the mathematical linear function. Qualitative methodology was adopted as a method of research case study, in which was followed he was the participation of tenth graders of the Emerald rural educational institution. For that purpose was developed and applied a theoretical model of competition math represent based on the theory expounded by Godino and Fandiño (2008). The most important results are: the use of different systems of representation in which the mathematical component and the social use of mathematics associated with the prevalence of the iconic representation of the proposed problem situation. To represent or encode coefficients of variation predominated not agreed upon the mathematical signs employment. Meanwhile, at the time of performing transformations within a system of representation difficulties were lower than to perform transformations between different systems of representation, especially to build an algebraic expression for the linear function. In terms of the affective processes and tendency of action, showed the desire and the will to reply to all mathematical tasks proposed during the mathematical activity, perseverance and dedication were evident in each working day.

Key Words: Mathematical competition, representation, processes.

⁴ Magíster en Ciencias de la Educación énfasis Didáctica de las Matemáticas. Profesor Institución Educativa Agrotécnico Mixto, Belén de los Andaquíes, Caquetá. pompilio.sanchez@hotmail.com

⁵ Magíster en Ciencias de la Educación énfasis Didáctica de las Matemáticas. Profesor Institución Educativa María Auxiliadora, Guadalupe, Huila. mianmamam@hotmail.com

⁶ Magíster Docencia de la Matemática. Profesor tiempo Completo. Universidad de la Amazonia. arcoronado_123@yahoo.es

Resumo

Nesta pesquisa é uma caracterização de representar competição matemática, associado com a função matemática linear. A metodologia qualitativa foi adotada nesse caso como um método de estudo de investigação, ele contou com a participação dos alunos do décimo ano da instituição educacional rural La Esmeralda. Para que finalidade foi desenvolvida e aplicado um modelo teórico de competição matemática representam baseado na teoria exposta por Godino e Fandiño (2008). Os resultados mais importantes são: o uso de diferentes sistemas de representação em que o componente matemático e o uso social da matemática associaram com a prevalência da representação icónica da situação problema proposta. Para representar ou codificar coeficientes de variação predominou o uso de sinais não acordadas em matemática. Enquanto isso, no momento da execução de transformações dentro de um sistema de representação dificuldades foram inferiores ao executar transformações entre diferentes sistemas de representação, especialmente para construir uma expressão algébrica da função linear. Em termos de processos afetivos e tendência da ação, mostrou o desejo e a vontade de responder a todas as tarefas de matemáticas propostas durante a atividade matemática, eram evidentes em cada dia de trabalho, perseverança e dedicação.

Palavras-chave: competição matemática, representação, processos.

Introducción

A nivel internacional, el discurso de las competencias hace parte de los desarrollos teóricos en los currículos propuestos y evaluados; sin embargo, existe un déficit en las prácticas de aula. En este sentido, existe un número significativo de referentes teóricos en torno a la concepción de competencia; caso contrario ocurre con la concepción de competencia matemática, pues solo es abordada en tres proyectos educativos en educación matemática: MAT789, KOM y proyecto PISA. Situación similar ocurre con la competencia matemática representar, en las que el número de investigaciones son muy reducidas. De igual manera, en la competencia representar asociada a el objeto matemático función lineal, a la fecha no se ha hallado ninguna investigación.

Respecto a la competencia matemática representar asociada al tratamiento de la función lineal, emergió la siguiente pregunta que focalizó el interés investigativo de los autores y direccionó el desarrollo de la presente investigación: ¿Cómo, a partir de la función lineal, contribuir a una caracterización de la competencia matemática representar, en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Rural La Esmeralda?

Con el propósito de resolver este interrogante, se pretende la caracterización de la competencia matemática representar: el caso de

la función lineal. En este sentido, este estudio hace parte del macroproyecto de investigación Formación y desarrollo de competencias matemáticas, del grupo de investigación: Lenguajes, Representaciones y Educación. En concordancia, este estudio se desarrolló en la Institución Educativa Rural La Esmeralda.

En los resultados obtenidos en el aspecto cognitivo, se destacan la identificación de variables y su relación de variación y dependencia y, el uso preferencial de manera icónica en procesos de descodificación. En cuanto al aspecto afectivo, se encontró espontaneidad, responsabilidad, interés y deseo de hacer uso de las matemáticas para la solución de las tareas. Los estudiantes conocedores de la problemática abordada aportaron ideas propias desde sus aprendizajes empíricos. En relación al aspecto tendencia de acción, los estudiantes expresaron empeño, dedicación y entusiasmo al abordar cada tarea, sus representaciones de manera icónica fueron un común denominador en todo el estudio.

De acuerdo con lo expuesto, en el presente artículo se presentan los siguientes apartados: a) en el primero, se presenta la conceptualización de las competencias matemáticas a partir de investigadores reconocidos en didáctica de las matemáticas; b) en el segundo apartado, se describen las diferentes concepciones adoptadas en el modelo de competencia matemática representar, respecto al cuál, el modelo teórico





preliminar contiene aspectos como: componente cognitivo, el componente afectivo y el de tendencia de acción; c) en el tercero, se considera la metodología de investigación, su naturaleza, el diseño seguido, los participantes y su contexto; así como también las fuentes para la producción y recolección de la información y los momentos del trabajo de campo, se explican los elementos a tener en cuenta para la caracterización de la Competencia Matemática Representar (CMR), tales como: la concepción de CMR, junto a los procesos asociados a cada aspecto de la competencia, criterios de evaluación o indicadores que permiten identificar actuaciones en los estudiantes y las tareas propuestas; d) finalmente, se presentan los resultados, la discusión y la presentación de las conclusiones de la investigación respecto al modelo de competencia matemática implementado.

Fundamentos Teóricos

- *Conceptualización de las Competencias Matemáticas.* De acuerdo con Espinoza, et. al. (2009) la noción de competencia matemática se encuentra presente en tres proyectos educativos en Educación Matemática: El proyecto MAT789; realizado por Paulo Abrantes a mediados de la década de los 90s, tuvo como propósito vincular a los estudiantes en la resolución de situaciones inherentes a la vida diaria para potenciar sus capacidades. En este proyecto, se acogió el concepto de competencia matemática como uso de conocimiento y se hizo énfasis en la integración de conocimientos, procedimientos y actitudes.

El proyecto KOM, Proyecto realizado en Dinamarca bajo la dirección del matemático Mogens Niss y patrocinado por el Ministerio de Educación Danés en asocio con otros cuerpos oficiales, planteó como objetivo crear una plataforma para desarrollar una reforma en la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles de la educación. La competencia matemática se asume como la habilidad de comprender, juzgar, hacer y utilizar las matemáticas en distintas situaciones y contextos intra y extra matemáticos, en los que éstas son fundamentales.

El proyecto PISA (Programme for International Student Assessment), con base en la *matemática realista* de Hans Freudenthal, el marco teórico del Programa de Evaluación Internacional de Alumnos, PISA, integra el

trabajo De Lange y de Niss. Las competencias matemáticas son consideradas procesos matemáticos adaptados de los sugeridos por Niss en la reforma curricular danesa. Son ellas: pensar y razonar, argumentar, comunicar, construcción de modelos, plantear y resolver problemas, representar, utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas y, empleo de material y herramientas de apoyo.

En este sentido Ramírez (2009) afirma que: “ser competente en matemáticas implica “tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto”” (p. 16); de igual manera, Solar (2009), afirma que el enfoque por competencias y la enseñanza de las matemáticas contribuye con tres aportaciones: a) destaca el aspecto funcional del aprendizaje, b) promueve un espíritu crítico y reflexivo sobre lo que se aprende; y c) desarrolla las competencias a largo plazo y de forma transversal a las demás disciplinas.

Adicionalmente, de acuerdo con la investigación de Ramírez (2009), ser competente en matemáticas implica “tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto” (p. 16). Por otra parte, para Goñí (2009) se refiere a la competencia matemática como el uso social que se debe hacer del conocimiento matemático utilizando la tecnología más eficiente. Reuniendo otros elementos sustanciales como conocimiento matemático procesos y contextos, propone de manera sintética que “competencia matemática es igual a uso de conocimiento matemático para resolver problemas (situaciones) relevantes desde un punto de vista social” (Goñí, 2009, p. 80).

En consecuencia con lo expuesto, se asume como competencia matemática un concepto complejo, dinámico y polisémico en el que se encuentran tres aspectos centrales: “el cognitivo: conocimiento de la disciplina, el afectivo: disposición, voluntad, deseo de responder a una determinada solicitud (externa o interna), la tendencia de acción: pertinencia, continuidad, dedicación” (D’Amore, Fandiño y Godino, 2008, p. 44).

- *Competencia Matemática Representar.* Las representaciones matemáticas se entienden como aquellas herramientas matemáticas: acciones, signos o gráficos, mediante los cuales los estudiantes abordan e interactúan con el

conocimiento matemático, asignándole significado a las estructuras matemáticas y conectando los objetos mentales con los objetos matemáticos. (Rico, Castro y Romero, 1997).

En este sentido Duval, (1999), expresa que “la operación de conversión no es trivial ni cognitivamente neutra” (p. 28); esto al referirse a la complejidad de representar un objeto matemático, en el que el papel de la semiosis en el funcionamiento del pensamiento y en el desarrollo de los conocimientos no es el empleo de algún signo para representarlos, sino la variedad de los tipos de signos que pueden ser utilizados.

Al respecto, Kaput, 1996; Duval, 1998; (citados en Espinosa, 2005), coinciden al señalar sobre la necesidad de utilizar diferentes sistemas de representación de un objeto matemático para su aprendizaje. En este sentido, Niss & Højgaard (2011, p. 52), afirman que para llevar a cabo una relación comunicativa en, con y acerca de las matemáticas, se requiere utilizar símbolos y diferentes tipos de representaciones como principio dialógico en la identificación de los objetos matemáticos.

De acuerdo con lo mencionado, la competencia matemática representar, es comprendida como la capacidad de usar el lenguaje simbólico, formal y técnico, descodificando y traduciendo dicho lenguaje y entendiendo sus relaciones con el lenguaje natural: Al igual que, escoger diferentes formas de representación dependiendo el contexto, la situación y el propósito. Espinoza et. al (2009).

Así mismo, Niss & Højgaard (2011), definen la competencia matemática representar como un proceso que comprende ser capaz de entender (por ejemplo, descodificar, interpretar, distinguir entre). Esto es coherente con lo expuesto en el informe de la OCDE (2006) donde se menciona como definición de representar que “comporta la capacidad de descodificar, codificar, traducir, interpretar y distinguir distintas formas de representación de objetos y situaciones matemáticos” (p.106).

Solar (2011), menciona que el desarrollo de la competencia matemática representar requiere de tareas que movilicen en los estudiantes determinadas capacidades, como por ejemplo, justificar la utilidad de los procedimientos empleados para alcanzar unos determinados

resultados o relacionar diferentes representaciones.

- *Sobre la Función Lineal y sus Representaciones.* Teniendo en cuenta que los objetos matemáticos son de naturaleza abstracta y que solo es posible acceder a los mismos a través de sus representaciones, es importante resaltar la necesidad de emplear diferentes tipos, puesto que cada modo, significativamente distinto, de entender un concepto, necesita de un sistema de simbolización propio. Es decir, las representaciones son un medio de comunicación que permiten que los estudiantes se relacionen con los diferentes objetos de conocimiento, tal como lo expone Hitt (1997, citado por Rico, 2009) “las representaciones desempeñan un papel destacado en los procesos de construcción de conceptos y por ello son importantes en el proceso de enseñanza, aprendizaje y comunicación del conocimiento matemático” (p.7).

Por tanto, en cuanto a los sistemas de representación se considera, de acuerdo con Duval (1999), que el estudio de las representaciones está suscrito al campo de la semiótica, de manera que sistemas de representación semiótica se conciben como aquellos que tienen características particulares y permiten sostener la conceptualización en la matemática y, que no solamente están sujetas a la comunicación, sino que lo más importante es la actividad cognitiva del pensamiento.

En consecuencia, se en este estudio se considera que las representaciones semióticas deben cumplir: a) la función de comunicación (intercambio social), b) la de objetivación (toma de conciencia) y c) la función de tratamiento (manipulación de la información); de modo que el sistema de representación permite describir las actividades matemáticas que tienen lugar en el discurso matemático del aula,. Se confiere así, un significado de la estructura matemática desde la perspectiva de las matemáticas escolares; en consecuencia, en lo que respecta a función lineal, se pueden identificar las siguientes representaciones: a) Verbal, b) Diagrama sagital, c) Tabular, d) Gráfica, e) Algebraica

En este sentido, el presente estudio se centra en las representaciones externas, pues es lo que se puede observar en la manipulación y los procesos de comunicación de los estudiantes. Así, sistema de representación se denominará a todos los elementos, símbolos, formas y gráficas





que permitan dar cuenta de una estructura matemática siguiendo cierta categorización.

Al hacer referencia a las representaciones externas, Goldin (2002, citado por Solar, 2008), plantea que lo externo se relaciona a lo ostensivo, a lo palpable visualmente, que puede constituir un lenguaje. Además, debe presentar dos características fundamentales: por una parte, tiene un rango representacional, o sea, es un elemento que se puede colocar reemplazándolo a él mismo y por otro lado, tiene un valor instrumental, o sea, permite realizar determinadas acciones haciéndolas más explícitas que con otro medio de representación.

De acuerdo con lo expuesto, se retoma a Duval (1999), quien admite una gran variedad de registros de representación para la función lineal, los cuales son:

- Representación verbal o en lenguaje natural: hace referencia a todas las expresiones del lenguaje común utilizadas por los estudiantes para representar diferentes situaciones en las que intervienen magnitudes variables.
- Representación en diagrama sagital, conjuntos o diagramas de Venn. Los diagramas de Venn que se deben al filósofo inglés John Venn (1834-1883), sirven para representar conjuntos de manera gráfica mediante dibujos o diagramas que pueden ser círculos, rectángulos, triángulos o cualquier curva cerrada.
- La representación tabular. En esta forma de representación x representa la variable independiente y la variable dependiente.
- Representación gráfica. Se determina que a través de la línea recta formada gráficamente, independientemente de la longitud del segmento tomado para la cantidad de una magnitud y los puntos que lo definen, el cambio en la otra cantidad de magnitud será proporcional a éste; es decir, el cociente entre ellos determina una constante.
- Representación algebraica. Cuando se define la función lineal mediante una expresión algebraica. Para la determinación de la unidad significativa en este registro se le asociará un símbolo a cada cantidad de

magnitud y se le llamará variable; de esta forma, se habla de los registros que contienen dos variables.

Así mismo, en cuanto a los aspectos asociados a competencia matemática, del establecimiento de las diferencias entre la competencia en matemática y la competencia matemática en D'Amore, Godino y Fandiño (2008), se deduce que la competencia matemática incluye los componentes sustanciales de la competencia en matemática: "dominio conceptual y afectivo que media entre el estudiante mismo y la matemática" (p. 43). Y va más allá; por tanto, según los autores antes mencionados, en la competencia matemática, como concepto complejo dinámico y polisémico se evidencian los siguientes aspectos:

- *El cognitivo*: conocimiento de la disciplina. En concordancia con el objeto matemático inmerso en la presente investigación, en el aspecto cognitivo se hace referencia al conocimiento de la función lineal, la cual, según D'Amore, Godino y Fandiño (2008), se considera como una porción limitada del saber matemático; asimismo, se cataloga entre los diferentes tipos de contenidos como un contenido disciplinario; más concretamente, como un contenido matemático que, como una reelaboración parcial, continua y autónoma y, de ésta forma, convertirla en conocimiento. De esta manera, contenidos y conocimientos constituyen la base para el desarrollo de competencias. Por ende, éstos deben atender los intereses de los estudiantes, lograr su atención y satisfacer sus curiosidades intelectuales.

Al respecto, García, Coronado y Montealegre (2011), expresan que desde esta postura en el conocimiento matemático se encuentran presentes las experiencias del ser humano y su participación en la cultura, entornos y periodos históricos específicos. Por tanto, se debe considerar el conocimiento matemático como el resultado de una construcción social de significados y de una negociación intersubjetiva. Resultado que según el Ministerio de Educación Nacional, MEN (1998), es parcial, no es en muchos casos, la culminación definitiva y, sus componentes formales son sólo una faceta del conocimiento matemático,

En este sentido, se considera que la construcción de los conceptos matemáticos

depende estrechamente de la capacidad de usar registros de representaciones semióticas de dichos conceptos, de representarlos en un registro dado, de transformar esas representaciones al interior de un mismo registro y, de realizar actividades de conversión de uno a otro registro de representación semiótica (D'Amore, 2005. p, 33).

- *El afectivo*: disposición, voluntad, deseo de dar respuesta a un requerimiento (interno o externo). La asunción en la presente tesis de la competencia como concepto complejo y dinámico planteado por D'Amore, Godino y Fandiño (2008), permite desde su componente dinámico afirmar que las bases cognitivas de las competencias matemáticas son de carácter disciplinar; es decir, que en la base de la competencia matemática se encuentra las matemáticas como disciplina científica, cuyos contenidos matemáticos, si bien son compartidos, movilizan el desarrollo de las mismas, no son suficientes para su desarrollo pleno, pues su carácter transversal desborda la disciplina.

No existe competencia matemática puramente disciplinaria, ésta, además de conocimientos matemáticos integra factores metacognitivos, afectivos, de motivación y volición, por lo tanto, en el aspecto afectivo asociado a la competencia, la atención está centrada en la disposición, en la voluntad y el deseo del estudiante a dar respuesta a una determinada solicitud de conocimiento que puede ser externa o interna.

- *La tendencia de acción*: persistencia, continuidad y dedicación. componente que permite que el estudiante aumente sus conocimientos y vaya más allá de la simple repetición de fórmulas y conceptos matemáticos y tenga la posibilidad de ingeniar, crear, investigar, cuestionándose constantemente y construir matemáticas desde sus heurísticas. De manera que al hacer referencia a este componente de la competencia, se requiere, según D'Amore, Godino y Fandiño (2008) que el estudiante sienta la necesidad de involucrarse aceptando el rol que debe cumplir en la construcción de su propio conocimiento; por tanto, además de sentirse motivado a realizar las actividades, él debe tener la voluntad de implicarse en ellas, de demostrar sus propios conocimientos

exponiendo frente a una situación nueva, sus conocimientos ya construidos.

Metodología

La investigación cualitativa centra su interés en contextos reales o circunstancias cotidianas con dinámicas propias basadas en experiencias individuales y colectivas, y en las formas particulares de comunicación entre los participantes; en consecuencia, la presente investigación centró su interés en el estudio de las diferentes formas de representación utilizadas por los estudiantes al enfrentarse a situaciones problemáticas propias de su entorno como estudiantes campesinos y vinculados a actividades pecuarias.

En este sentido, de acuerdo con Stake (1995), se asume que la característica más destacada de la investigación cualitativa es el énfasis en la interpretación; pues, a partir de sus observaciones y la confrontación con otros datos los investigadores sacan sus conclusiones. De ahí que la interpretación de las actuaciones y desempeños, como evidencias de la movilización que realizan los estudiantes de sus saberes en procesos de representación, hacen parte del foco de interés del presente estudio.

Así mismo, se implementó el método de estudio de caso, el cual permitió describir los desempeños de los estudiantes para caracterizar la competencia matemática Representar, de acuerdo con el concepto de competencia matemática Representar adoptado, sus aspectos, procesos, indicadores propuestos a priori y los que emergieron en los momentos de la producción de los datos, su sistematización y análisis. Lo anterior, a partir de un contexto y una situación problemática real estrechamente relacionada con un objeto matemático (en este caso con la función lineal como objeto de investigación), los cuales permiten explorar las experiencias, las ideas y los argumentos de los estudiantes como base de las observaciones y análisis del estudio (Hays, 2004).

En consecuencia, el trabajo de campo se realizó en la Institución Educativa La Esmeralda del municipio de Puerto Rico, departamento del Caquetá. El sustento de sus habitantes y de los estudiantes se deriva de la actividad agrícola y pecuaria, en especial la ganadería. La institución es de carácter rural, de modalidad técnica agropecuaria; por tanto, se orienta hacia el





Emprendimiento Agropecuario como área transversal de acuerdo con el currículo institucional propuesto y evidente en el Proyecto Educativo Institucional. En concordancia con lo anterior, la Institución considera el campo como empresa y pretende que desde esta concepción los estudiantes desarrollen su proyecto de vida.

Por lo tanto, la población participante en el estudio de caso, se conformó por cuatro estudiantes campesinos de décimo grado con edades que oscilan entre 15 y 16 años, y que de manera voluntaria, decidieron articularse al estudio de casos. La participación de los docentes, en la presente investigación, no sólo fue como investigadores, sino, que se fundamentó en el rol de investigadores participantes, por cuanto además de ser docentes, orientaron las diferentes discusiones presentadas en cada sesión.

De esta manera, la producción de los datos fue realizada en tres encuentros presenciales de discusión y la información se obtuvo a través de tres fuentes: observaciones directas, notas de campo (diario de los estudiantes y docentes) y videograbaciones. Como instrumentos, se aplicaron:

- La observación directa sustentada desde Hays (2004), quien manifiesta que la interacción de los individuos no podrá ser entendida sin la observación directa. Igualmente, esta fuente permite acceder con mayor riqueza a las diversas formas de representación: verbales, escritas, gestuales, entre otras, con las cuales los estudiantes comunican y expresan sus concepciones, mientras resuelven y discuten las situaciones planteadas que emergen en cada sesión. Las herramientas que permitieron la producción de estos datos fueron: las grabaciones en audio, video y notas de campo registradas por los investigadores: docentes y estudiantes.
- Notas de campo. Son los documentos producidos por cada uno de los estudiantes y permiten corroborar datos tomados de otras fuentes (Hays, 2004). Además, permitieron interpretar y analizar las diferentes representaciones construidas de la información obtenida por los estudiantes, tendientes a responder la pregunta orientadora y los replanteamientos hechos en cada sesión. Estos documentos forman parte de la producción individual y grupal y

reflejan el nivel ascendente del proceso de representación.

Resultados

En la Institución Educativa Rural La Esmeralda, al indagar a los docentes sobre la concepción de competencia matemática Representar, se evidencia nuevamente en éstos, una noción reducida del concepto y en muchos casos, nula, sobre el objeto matemático en estudio. En las discusiones de docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa, se evidenció el uso de los conceptos función lineal y función afín sin distinción alguna. Esta confusión que se presenta no solamente en docentes, sino también en estudiantes y libros de texto, es resaltada entre otros por (Coronado y Montealegre, 2007; García, Serrano y Espitia, 1997).

- Respecto al aspecto Cognitivo. En el proceso de codificación, se evidenció que en la mayor parte de sus actuaciones codifican información relacionada con la función lineal mediante diferentes representaciones semióticas (íconos, tablas, verbal). Sin embargo, estas representaciones obedecen más a una demanda cognitiva de la tarea que al establecimiento de una relación directa entre las variables descritas. Es de resaltar que la representación icónica prevalece ante las demás representaciones, esto se debe posiblemente a la relación existente entre cada tarea matemática con el contexto inmediato de los estudiantes.

En cuanto a los principales elementos de la función lineal, como variables en correlación directa y coeficiente de variación, se representaron mediante signos no convenidos en las matemáticas; dichos signos surgieron ante la comunicación de forma espontánea de los estudiantes en su quehacer cotidiano. Sobresalieron el carácter y uso social de las matemáticas; de esta manera, al codificar las variables dependiente e independiente de la función lineal, su representación se produjo mediante los signos P.L, \$, P\$L, para indicar las iniciales y símbolos de las variables relacionadas y no se tuvieron en cuenta los signos validados en matemáticas como x y y .

Por otra parte, en cuanto al proceso de descodificación, se evidenció que los estudiantes extrajeron información acerca de la función lineal y la representaron regularmente por medio de íconos en los cuales se denotó la semejanza entre

lo representado y sus prácticas cotidianas. Sin embargo, se resalta en la representación icónica el uso repetitivo de signos no convenidos al descodificar la información presentada. Este proceso es de gran importancia para el aprendizaje de las matemáticas, pues contribuye a generar en el estudiante nuevas formas de representar y su acercamiento desde una noción compartida de los objetos matemáticos.

Finalmente, en el proceso de traducción, los estudiantes realizaron diferentes representaciones del objeto matemático en estudio mediante tratamientos; es decir, transformaciones al interior de un mismo sistema de representación, entre ellas, del lenguaje verbal escrito a una expresión algorítmica. De igual forma, la constante de proporcionalidad directa la expresan mediante un cociente entre dos cantidades; se evidenció la no aplicación de las condiciones de linealidad. No obstante, la dificultad general radicó en el paso de una forma de representación a otra (proceso de conversión) y por tanto, a los estudiantes no les fue posible establecer una expresión algebraica equivalente a la gráfica de la función lineal previamente obtenida.

Esto posiblemente obedece al no uso de signos convenidos para la noción de función lineal, desde su representación tabular, algebraica y gráfica; en ésta última, las medidas de la escala en el plano cartesiano no fueron tenidas en cuenta por todos los estudiantes. En consecuencia, las parejas ordenadas ubicadas en el plano fueron graficadas con la intención de presentar una línea recta sin tener en cuenta la escala correspondiente a cada eje. Además, la dependencia e independencia entre las variables y la constante de variación directa, no fueron tenidas en cuenta de forma correlacionada.

- Respecto al aspecto Afectivo, los estudiantes pertenecientes al estudio de caso, conocían la problemática a tratar en el trabajo como es la rentabilidad de la leche; que junto a la modalidad empresarial de la institución y la formulación de tareas matemáticas inherentes a su cotidianidad tales como: la medicación del ganado, la comercialización de la leche y la proyección económica de la finca contribuyeron a aflorar en los estudiantes sus conocimientos empíricos para que se generara un clima de expectativa y de participación natural, decidida y espontánea y así, lograr que se implicaran con voluntad propia en los desarrollos de las

distintas tareas propuestas, compartieran y argumentaran los procesos empleados, conocieran y compartieran los hallazgos encontrados con sus compañeros y realizaran pronósticos de posibles resultados en torno a la función lineal según la exigencia de las tareas. No obstante, a pesar de mostrar interés y deseo de profundizar sus conocimientos en torno a la rentabilidad de la leche ninguno fue creativo para responder a la demanda de cada tarea.

- Respecto al aspecto Tendencia de Acción. En este aspecto se evidenció que en la solución de algunas tareas se requirió mucho tiempo; pese a ello, los estudiantes demostraron un trabajo continuo y dedicado. Además sortearon dificultades como las ambientales, personales, la falta de materiales para realizar las tareas. Siempre fueron persistentes y tuvieron en cuenta elementos de la matemática para la solución de las tareas propuestas. Es de resaltar la comodidad y el protagonismo de los estudiantes en toda la investigación, además la responsabilidad de cada uno para realizar consultas y la argumentación espontánea de los procedimientos utilizados. De esta forma se presentó en todo momento una actitud de querer participar lo cual favoreció la actividad matemática de los estudiantes, por cuanto manifestaron interés, deseo y voluntad de contribuir activamente en la búsqueda de la solución de la situación problemática planteada.

A modo de conclusión

En lo institucional, se espera que la investigación realizada fortalezca la modalidad Técnico Agropecuario, se reconozcan los beneficios de adoptar las situaciones problémicas en el currículo y, en consecuencia, implementar la formulación y resolución de problemas como metodología en la Institución Educativa Rural la Esmeralda.

Respecto del objeto matemático en estudio, en las discusiones de docentes del área de matemáticas en esta Institución, se evidenció el uso de los conceptos función lineal y función afín sin distinción alguna. Esta confusión que se presenta no solamente en docentes, sino también en estudiantes y libros de texto. Este aspecto también es resaltado en su tesis de maestría por Coronado y Montealegre (2007).





Los diferentes aspectos y procesos asociados a la competencia matemática representar y la representación misma de la función lineal, se constituyen en objetos de estudio o investigación. Por su significancia en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas merecen ser investigados con mayor profundidad, para continuar aportando elementos científicos al desarrollo del enfoque por competencias.

Referencias Bibliográficas

- Coronado, A y Montealegre, L. (2007). *Tratamiento didáctico de la función lineal en libros de texto de matemáticas para la educación básica secundaria: un estudio en el departamento del Caquetá*. (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica nacional. Bogotá, D.C.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de las matemáticas*. México: Reverté.
- D'Amore, B., Godino, J. y Fandiño, M. (2008). *Competencias y Matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Duval, R. (1998). Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.). *Investigación en Matemáticas Educativa II.*, (pp. 173- 202). México: CINVESTAV. En *Educación Matemática*. PNA, 4 (1), 1-14.
- Duval R. (1999). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Editor) *Investigaciones en Educación Matemática II.* (pp.1173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Espinosa, M. (2005). *Tipologías de resolutores de problemas de álgebra elemental y creencias sobre evaluación con profesores en formación inicial*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada. Granada.
- Espinoza, et al. (2009). *Análisis de las competencias matemáticas en NBI. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas*.
- FONIDE- Fondo de Investigación y Desarrollo en Educación.
- García, B, Coronado, A, Montealegre, L. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, 23, (59).
- García, G., Serrano, C. & Espítia, L. (1997). *Hacia la función como dependencia y patrones de la función lineal*. Bogotá: Colciencias y UPN.
- Godino, J. et ál., 2004. Didáctica de las matemáticas para maestros, Granada, Universidad de Granada, *Aula Virtual. Redes profesionales*, [en línea], disponible en: <http://www.redes-cepalcalca.org/inspector/DOCUMENTOS%20Y%20LIBROS/MATEMATICA%20S/DIDACTICA%20DE%20LAS%20MATEMATICAS%20PARA%20MAESTROS.pdf>
- Goñi, J. (2009). *Ideas clave para el desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona: Editorial Graó.
- Hays, P. (2004). Case study research. En *Foundations for research: Methods of inquiry in education and the social sciences* (págs. 217-234). Mahwah, NJ: LEA.
- Kaput, J. (1992). Technology and mathematics Education. En D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning*. New York: Mac Millan
- Niss, M & Højgaard, T. (2011) (Eds). *Competencies and Mathematical Learning Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. English edition.
- OCDE. (2006). PISA. *Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Madrid: Santillana Educación.
- Ramírez, A. (2009). *La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas en*

secundaria. (Tesis de maestría).
Universidad autónoma de Barcelona.
Barcelona.

Rico L. Castro, E, y Romero, I. (1997). *Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas*. Granada: Departamento Didáctica de la matemática. Universidad de Granada
Recuperado en [http://Cumbia,ath.cx:591/pna/Archivos/RicooI-39.PDF](http://Cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicooI-39.PDF).

Rico, L. (2009). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación*.

Solar, H. (2008). *Marco teórico competencia representación* (Artículo sin publicar)

Solar, H. (2011). *Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM)*. Proyecto FONIDE N° 511091. Concepción: Universidad Católica de la Santísima Concepción.

Stake, R. (1995). *Investigación con estudios de casos*. 2ª edición. Madrid: ediciones Morata.

