

PROPUESTA DE MODELO TEÓRICO: CARACTERIZACIÓN DE LOS NIVELES DE DOMINIO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS

Luis Germán Floriano Quintero¹

Edgar Floriano Quintero²

Javier Martínez Plazas³

Recibido: 21 de marzo de 2014. Aceptado: 19 de abril de 2014

Resumen. Este artículo⁴ tiene como finalidad, caracterizar el dominio que presentan los estudiantes de grado 9° de la institución educativa Jorge Eliecer Gaitán, en la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas al desarrollar actividades matemáticas de aprendizaje de complejidad crecientes, con el objeto matemático la mediana, actividades diseñadas en secuencias didácticas desde un enfoque socio formativo.

Es una investigación de tipo cuantitativo, cualitativo interpretativo; el estudio se realizó a través del análisis de las actuaciones de los estudiantes en el saber ser, saber hacer y saber conocer. Para desarrollar este análisis se propuso un modelo teórico a priori que vincula procesos matemáticos con contenido matemático en niveles de dominio de la competencia matemática Plantear y Resolver problemas. Los resultados de esta investigación permiten concluir que en la educación por competencia los procesos matemáticos están por encima de los contenidos y que por ello es necesario una reorganización del currículo focalizado en dos expectativas de aprendizaje: una de corto plazo relacionada con los objetivos específicos, articulada a la segunda, expectativa de largo plazo relacionada con las competencias. Por otro lado, al evaluar procesos competenciales es necesario complementar la clásica heteroevaluación con la autoevaluación y la coevaluación para hacerla más integral.

¹ Magíster en didáctica de las matemáticas. Instituto Técnico Industrial. Florencia, Colombia. Correo: germanfloriano@hotmail.co

² Magíster en didáctica de las matemáticas. Universidad de la Amazonia, Florencia, Colombia. Correo: edflo24@gmail.com

³ Magíster en didáctica de las matemáticas. Universidad de la Amazonia, Florencia, Colombia. Correo: javiermartinezplazas@yahoo.com

⁴ Es parte de la investigación “La Competencia Matemática Plantear y Resolver Problemas: El caso de la mediana”

Abstrac. This article It aims to characterize the domain school Jorge Eliecer Gaitán 9th grade students, presented in mathematical competition pose and solve problems to develop mathematical complexity learning activities increased, with the mathematical object the median, activities designed in didactic sequences from an approach training partner.

It is a type quantitative, qualitative, interpretive research; the study was conducted through the analysis of the performances of students in knowing be, do, and know know. To develop this analysis a theoretical model proposed is a priori that links mathematical processes with mathematical content in levels of mastery of mathematical competition pose and solve problems. The results of this research suggest that mathematical processes are above levels in education through competition and that it is necessary a reorganization of the curriculum focused on two learning expectations: short term related to the specific objectives, articulated to the second, long-term expectation related to the competencies. On the other hand, to evaluate competence processes it is necessary to complement the classical someone with the self-assessment and the evaluation between peers to make it more comprehensive.

Resumo. Este artigo tem como objetivo caracterizar o domínio que têm alunos no 9 ° ano da instituição educacional Jorge Eliecer Gaitán, em pose de competição matemática e resolver problemas para desenvolver a complexidade matemática atividades de aprendizagem aumentaram, com o objeto matemático a mediana, atividades planejadas em seqüências didáticas de um parceiro de treinamento de abordagem.

É uma pesquisa quantitativa, qualitativa, interpretativa do tipo; o estudo foi realizado através da análise dos desempenhos dos alunos em saber ser, fazer e sei que sabe. Para desenvolver esta análise propôs um modelo teórico priori que vincula processos matemáticos com conteúdo matemático em níveis de competição matemática domínio pose e resolver problemas. Os resultados desta pesquisa sugerem que processos matemáticos são acima dos níveis na educação através da competição e que é necessária uma reorganização do currículo focado em duas expectativas de aprendizagem: um curto prazo relacionado com objectivos específicos, articulados ao segundo, expectativa de longo prazo relacionado com competências. Por outro lado, para avaliar os processos de



competência é necessário complementar a clássica alguém com a auto-avaliação e a avaliação entre pares para torná-lo mais abrangente.

Palabras clave: Competencia Matemática, Plantear y Resolver Problemas, Mediana.

Key words: mathematical competition, raise and solve problems, medium.

Palavras-chave: competição matemática, criar e resolver problemas, médio.

Introducción

La constante búsqueda de paradigmas, enfoques y estrategias para alcanzar una educación de calidad, ha conllevado a que muchos países acepten el concepto de competencia y lo incluyan en sus sistemas educativos. El soporte teórico de las competencias en educación ha ido creciendo proporcionalmente con el flujo de investigaciones en dicho aspecto; D'Amore, Godino, Batanero, Lupiañez, Solar, Cantoral, entre otros, son ejemplo del diverso espectro de investigadores en educación matemática que constantemente están generando avances teóricos en competencias en matemáticas.

Un elemento crítico en el enfoque basado por competencias es la forma de evaluarlas, situación que se agudiza si se tiene en cuenta que las instituciones educativas aun no logran descifrar los cambios que éste implica en el aspecto curricular; de allí, la preocupación por atender este problema y poder aportar al sistema institucional de evaluación a través de la caracterización de los niveles de dominio de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas:

D'Amore (2008) aborda el concepto de competencia matemática a partir de las siguientes premisas:

- La base de la competencia es una parte del saber, de un contenido.
- El conjunto de elaboraciones del contenido y el resultado de dicha elaboración constituyen el conocimiento (por tanto es en sí mismo dinámico e involucra más al alumno que al docente.
- La competencia no es sólo el uso y el dominio de dichos conocimientos (referidos siempre al alumno), sino también un conjunto de actitudes que demuestran la

disponibilidad “efectivamente positiva” de desear hacerle uso (siempre por parte del estudiante). (p.30)

En este mismo sentido, Polya (1965) y de Espinoza et al (2009), identifican cuatro procesos en la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas: a) Entender el problema y modelarlo. b) Desarrollar, adoptar y aplicar estrategias para su solución. c) Interpretar la respuesta en el contexto del problema. d) Formular problemas.

Dentro de los modelos de competencia se encuentra Tobón (2009) que propone un modelo de competencia para la educación en general; sobre competencia matemática, se encuentran investigaciones como la de Solar (2009), García y Tovar (2012), con la particularidad de articular tareas matemáticas, procesos matemáticos y los niveles de complejidad con las actividades matemáticas de aprendizaje.

Tobón (2009) se refiere al desarrollo de competencias desde proyectos formativos y tiene su fundamento en ejes, que involucran contenidos, actividades de aprendizaje en contextos a través de secuencias didácticas y la evaluación. Solar (2009) para sustentar su modelo competencial, lo focaliza en algunas nociones que le dan soporte teórico, tales como la cultura matemática, competencia matemática, procesos matemáticos, tareas matemáticas y niveles de complejidad. García y Tovar (2012), enfocan su modelo en actividades matemáticas de aprendizaje (estudiante) retoman elementos de Solar (2009) y lo amplían con nuevos componentes, parten de su concepción de competencia matemática, para un segundo nivel relacionar las tareas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad y su uso en contexto, competencias observables en las distintas formas de evaluación.

Con dichos elementos teóricos, se estructuró un modelo teórico y se complementa con un instrumento de verificación de los niveles de dominio de la competencia y se culmina con un esquema que permite identificar los diferentes momentos de la caracterización.

Referentes Teóricos. Modelo Teórico Propuesto (MPT)

Aunque desde diversas miradas se ha conceptualizado sobre la definición de competencia en la educación, como conjunto de conocimientos, cualidades, capacidades y aptitudes, se destacan algunos autores, como se muestra en la tabla 1:



Tabla 1. *Conceptos sobre competencias en la educación.*

Autor	Concepto de Competencia	Elementos claves
Birzea (1980)	Las competencias constituyen objetivos de largo plazo, que se corresponden con los componentes clásicos de la personalidad intelectual, física, social, efectiva, evolutiva y comprenden capacidades psíquicas individuales: operaciones mentales, conceptos, resolución de algoritmos, habilidades, destrezas, intereses, actitudes.	-Objetivos a largo plazo. -Correspondencia con elementos clásicos de la personalidad. -Capacidades
Perrenoud, (2004) ; Le Bortef (2000)	Combinando el conocer con el saber hacer, no sólo se enfatizan los conocimientos y habilidades sino su componente aplicativo y contextualizador. La competencia se reconoce en la práctica cuando se hace frente a una situación problema.	-Combinación del conocer con el saber hacer. -Aplicación de conocimientos y habilidades en contextos. -Situaciones problema
Roegiers (2000)	Destaca la competencia como “la posibilidad, para un individuo, de movilizar en forma interna un conjunto integrado de recursos con el fin de resolver una situación que pertenece una familia de situaciones problema.	-Movilizar recursos. -Resolver situaciones problema.
Tobón (2005)	Actuaciones que tienen las personas para resolver problemas integrales del contexto, con ética, idoneidad, apropiación del conocimiento y puesta en acción de las habilidades necesarias	-Actuaciones integrales en contextos. -Ética e idoneidad. -Procesos
Zabala & Arnau (2008)	La competencia, en el ámbito de la educación escolar, identifica aquello que necesita cualquier persona para dar respuesta a los problemas a los que se enfrentará a lo largo de su vida.	-Necesidad. -Problemas cotidianos.
Ramírez (2009)	Define competencia como la capacidad de poner en práctica de forma integrada los conocimientos para dar solución a diversas situaciones del entorno en donde se desempeña un individuo o hacer transferencia a otros contextos, teniendo en cuenta lo social, que con sus buenas actitudes, emociones y valores éticos puede contribuir al logro de acciones eficaces para beneficio propio y de quienes lo rodean.	-Capacidad -Poner en práctica conocimientos. -Situaciones del entorno. -Transferencia. -ser social y ético.

Para el caso particular de esta investigación, se asume el concepto de competencia que plantea Tobón et al. (2009b, 2010) desde el enfoque socio formativo cuando manifiesta: “Las competencias no son un concepto abstracto: se trata de las actuaciones que tienen las personas para resolver problemas integrales del contexto, con ética, idoneidad, apropiación del conocimiento y puesta en acción de las habilidades necesarias” (p.7).

De acuerdo con lo expuesto, se presenta una propuesta que permita identificar los niveles de dominio que muestran los estudiantes en una competencia específica y mediante un objeto de conocimiento matemático específico. En este estudio se plantean las siguientes técnicas o estrategias didácticas presentadas por Tobón et al. (2010), que ayudan al trabajo en el aula a través de las secuencias didácticas:

- Realización de proyectos. Consiste en realizar proyectos con los estudiantes para abordar el problema del contexto que se ha establecido (Tobón, 2009a, 2010). Se presentan tres grandes momentos a ser considerados: planeación, ejecución y socialización de los objetivos (en similitud con la propuesta de Polya, cuando considera idear un plan para resolver un problema, ejecutar el plan y luego reflexionar sobre los procedimientos efectuados). Esta estrategia permite desarrollar diferentes aspectos de las competencias desde los tres saberes, concatenando lo teórico y lo práctico en la solución de las actividades matemáticas de aprendizaje donde los estudiantes activan sus capacidades.

-Aprendizaje basado en problemas (ABP). Como una técnica didáctica, se trata de interpretar, argumentar y proponer la solución a un problema, creando un escenario simulado de posible solución y analizando las probables consecuencias, en el caso de las secuencias didácticas planteadas permiten la posibilidad de abordar la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, dado que en el ABP se presenta el problema, se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se regresa al problema. Una de sus principales características es el trabajo en grupos pequeños, donde el aprendizaje colaborativo es importante encontrando que la estructura y proceso de solución al problema son siempre abiertos.



El MTP propuesto en la figura 1, inicia con un gran componente, la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, la concepción que de ella se tiene descrita en la parte teórica, luego, se definen los fundamentos teóricos en los que se apoya el modelo y donde se facilita la caracterización de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, en las actividades matemáticas de aprendizaje:

- La actividad del profesor se centra en una práctica de enseñanza para el desarrollo de competencias matemáticas.
- La actividad del estudiante, asumida como actividad matemática de aprendizaje en el contexto de Plantear y Resolver Problemas con el objeto matemático la mediana.
- Los procesos matemáticos de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, a los cuales los estudiantes deben recurrir para resolver la actividad propuesta con un objeto matemático.
- Los niveles de dominio, en los cuales se proponen descriptores que facilitan la caracterización de la competencia Plantear y Resolver Problemas, al trabajar con el objeto matemático la mediana en actividades matemáticas con esta medida de tendencia central.

La funcionalidad del modelo, radica en la relación de la actividad matemática Plantear y Resolver Problemas con un objeto matemático de aprendizaje, convenida entre el profesor y los alumnos.

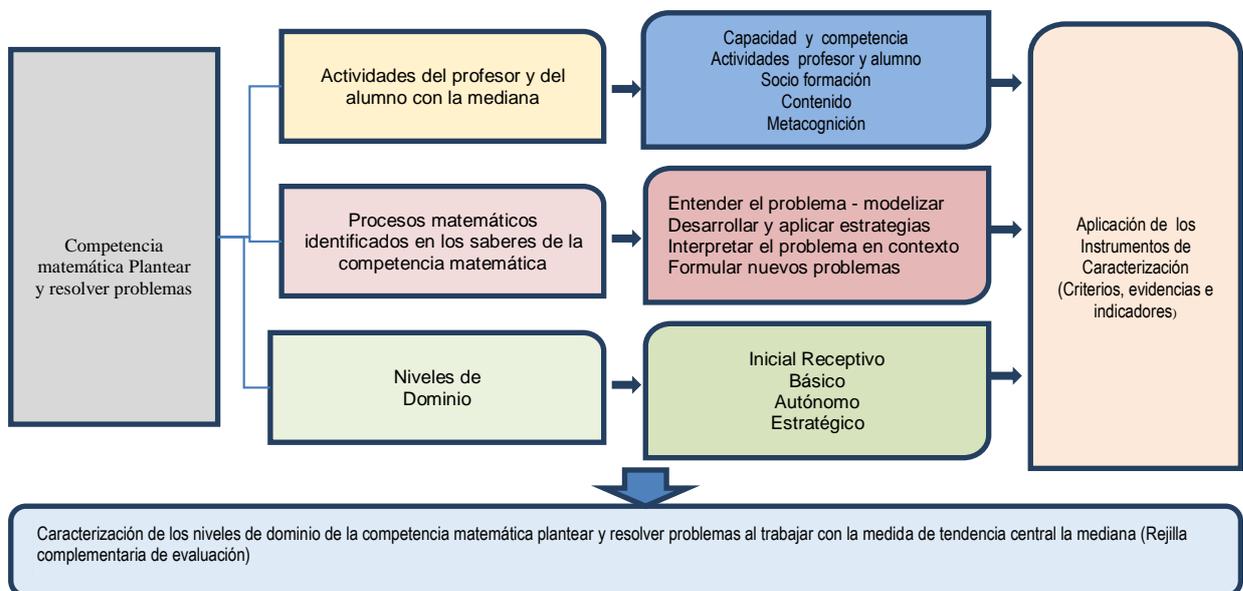


Figura 1. Modelo Teórico Propuesto (MPT)

Las actividades matemáticas planteadas en este modelo deben ser verificadas mediante la utilización de algún recurso o instrumento que permita identificar qué nivel de competencia presenta los alumnos.

Método

La metodología utilizada es de tipo cualitativo-interpretativo enmarcada en el enfoque socio-formativo el cual permite el análisis de este tipo de observaciones; en este sentido, se considera necesario comprender la realidad del aula de clases, cuando se involucran determinados aspectos del comportamiento humano, como lo son las actuaciones de los estudiantes al Plantear y Resolver Problema con el objeto matemático la mediana (Medina y Castillo, 2006).

De igual manera, se optó por trabajar la complementariedad de métodos, los que permiten una convergencia entre lo cualitativo y lo cuantitativo. Para tal efecto, se desarrollaron las siguientes fases:

- *Fase 1. Diagnóstico.* En esta fase se establece la problemática y evolución respecto al concepto de medida de tendencia central, la mediana en los diferentes contextos y se elabora un diagnóstico inicial relacionado con las preguntas de investigación. Para llevar a cabo estas actividades se requirió la utilización de métodos teóricos y empíricos; teóricos porque fue necesario un estudio y análisis de la documentación encontrada, hacer inducciones y deducciones en el desarrollo de las preguntas de investigación. También, se tiene en cuenta la parte histórica para analizar la evolución del objeto matemático. Empíricos, porque se parte de la experiencia obtenida en el aula con los estudiantes al aplicar actividades matemáticas de aprendizaje con secuencias didácticas dentro de los procesos investigativos.

- *Fase 2. Diseño de la propuesta de mejoramiento.* En esta fase se diseñaron las actividades matemáticas de aprendizaje concatenadas que conforman las secuencias didácticas, se involucró el objeto matemático la mediana; para ello, se utilizaron diversas estrategias facilitadoras del aprendizaje del objeto de estudio desde situaciones de contexto, en las cuales los estudiantes muestren interés por desarrollarlas.

- *Fase 3. Aplicación de la propuesta.* En esta fase se aplicaron los instrumentos diseñados en la fase anterior, apuntando a desarrollar dos secuencias didácticas con el grupo focal de estudiantes, constituidas cada una de tres actividades matemáticas de aprendizaje, las



cuales fueron evaluadas con descriptores (rubricas para la evaluación) que permitieron caracterizar las actuaciones de los estudiantes en la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas. Las secuencias didácticas propuestas para los estudiantes, se iniciaron con una encuesta aplicada al grupo focalizado, donde se indaga por situaciones problemáticas de su interés, y se activan el deseo y la voluntad D'Amore et al. (2008), para desarrollarlas y darles solución.

- *Fase 4. Sistematización y Análisis de datos.* Dentro de esta fase existen varias etapas: a) reducción de datos, b) disposición y transformación de datos, c) sistematización de los datos, d) obtención de resultados y verificación de conclusiones. Entre ellas no siempre se establece una sucesión en el tiempo, y pueden ocurrir de forma simultánea, o estar presentes varias de ellas dentro de un mismo tipo de conocimiento.

- *Instrumento de verificación de los niveles de dominio de la competencia.* Para poder identificar esos niveles competenciales matemáticos de Plantear y Resolver problemas en actividades matemáticas de aprendizaje desde los tres saberes, se presentó la necesidad de cruzar los procesos matemáticos, con los saberes de la competencia en los diferentes niveles de dominio, que para esta investigación son los presentados por Tobón et al (2010) los cuales son:

- Inicial – receptivo.
- Básico
- Autónomo
- Estratégico.

Por tal motivo, se plantea como instrumento de verificación una matriz que permita la combinación efectiva de estos tres elementos en una sola plantilla de verificación, esta plantilla contiene los descriptores que para ese nivel deben presentar los estudiantes en una actividad matemática secuencial y creciente.

Niveles de dominio y sus momentos Tabla et al; Polya	Componentes de la competencia (Indicador)	Descriptor de la competencia (Polya- PISA)			
		1	2	3	4
. Inicial receptivo . Básico . Autónomo . Estratégico	Saber conocer (Cognitivo)	SCD1	SCD2	SCD3	SCD4
	Saber ser (Afectivo)	SSD1	SSD2	SSD3	SSD4
	Saber hacer (Tendencia a la acción)	SHD1	SHD2	SHD3	SHD4

Los descriptores se asignan de acuerdo con los procesos matemáticos involucrados, el saber que desarrolla el estudiante y el nivel que debería alcanzar para ese momento. Para Inicial-Receptivo en Saber Conocer se presentan descriptores y se abrevia con ISCD (1-X), de esta manera, el investigador asigna a una actividad matemática un nivel que desea alcanzar en los tres saberes y determina a qué procesos matemáticos debe recurrir un alumno para alcanzar dicho nivel. De esta manera, el profesor cuenta con una herramienta general que le permite identificar y caracterizar el estado de competencia que presentan los estudiantes y considerar si las actividades crecientes de aprendizaje si promueven el paso hacia otros niveles o, si el estudiante presenta más avances en un saber que en otro.

Pero este proceso no se da solo para los estudiantes, es necesario planear las actividades matemáticas y es por eso, se planteó el siguiente esquema que permite identificar los diferentes momentos de esta metodología:

- Se identifica la competencia que se va a trabajar y los procesos que involucra.
- Se identifica los niveles de dominio a los que se quiere alcanzar en la actividad matemática de aprendizaje.
- Se elaboran los descriptores para cada uno de los niveles.
- Se desarrolla la actividad con los alumnos.
-

La caracterización de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas se realiza a través del modelo teórico propuesto, el nivel de dominio y la descripción de los componentes de la competencia involucrados se definieron de acuerdo con las

actuaciones, desempeños y aptitudes de los estudiantes al desarrollar las actividades matemáticas de aprendizaje propuestas en las secuencias didácticas.

Para este ejercicio se diseñó la matriz de registro, que desarrolla los elementos del modelo presentado, lo cual facilita el análisis de los resultados de las actividades con el objeto matemático la mediana. La ruta seguida para caracterizar la competencia matemática específica se indica en la figura 2:



Figura 2. Ruta para la Caracterización.

Para identificar a los estudiantes que fueron focalizados en esta investigación, se les asignó un código a cada uno de ellos; así:

Estudiante: A_i , donde i corresponde a la cantidad de estudiantes desde 1 hasta 6 (A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6)

Antes de iniciar el análisis de los resultados, es importante plantear que la ubicación en la matriz se asocia a la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas PR que evidencia el estudiante en cada actividad de aprendizaje, Ejemplo: IRSCD2; IR: Corresponde al nivel de dominio inicial receptivo del estudiante, SC: A uno de los tres componentes de la competencia (saber conocer) y D2: Corresponde al descriptor en donde se ubica en la matriz de análisis el grado de competencia matemática.

Resultados

- *Caracterización de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas.* A partir de la información obtenida y el análisis de los resultados y las Tablas de análisis por niveles de desempeño y saberes, se determinaron cualidades y regularidades en torno a

los niveles de dominio alcanzados por los estudiantes al abordar las actividades de aprendizaje, frente a la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas utilizando como elemento movilizador la mediana, lo cual permitió la siguiente caracterización.

- **Característica 1:** los estudiantes movilizaron sus actuaciones dentro de los niveles de dominio *Inicial Receptivo* y *Básico* ubicándose en los componentes de la competencia saber ser, saber conocer y saber hacer, permitiéndoles identificar y reformular el problema desde la presentación y organización de los datos sin realizar inferencias sobre el problema propuesto como se indica en la figura 3:

Investigadores: Edgar Floriano Quintero
Luis Germán Floriano Quintero

Actividad: 2

Actividad de desarrollo: Fecha: Nov 1 de 2012 Hoja: de

En la actividad anterior, con tu ayuda podemos interpretar los datos generados por tus compañeros, ahora quisiera que me ayudes a hacer objetiva la interpretación anterior efectuando algunos cálculos, y así identificar su comportamiento real.

Estudiante	Tiempo(h/Sem)
Brandon	15
Diego	8
Lina Maria	10
Jennifer	22
Cristofer	16
Brayan	20
Stella	6
Jefferson	4
Yeison	24
Yuliana	14
Vanesa	10
Paola	8
Angie	(12)
Natalia	7
D.Fernando	2
Mayerli	18
Jhonatan	16
Leidy V	9
Dayron	12
Franklin	18

Handwritten notes and calculations:

$$m = \frac{\sum x}{N}$$

mediana

Handwritten list of times: 2, 4, 6, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 12, 12, 14, 15, 16, 16, 18, 18, 20, 22, 24.

Figura 3. Evidencia 1

- **Característica 2:** se movilizaron, capacidades entorno a la precisión en los cálculos realizados para cada medida y al determinar con claridad cuando era para datos no agrupados. Estas aptitudes y capacidades se reflejan cuando algunos estudiantes justifican a su manera ante el grupo la selección de la mediana para interpretar los datos; elementos que los ubican en los niveles inicial receptivo y básico, asociados a los descriptores para el saber conocer, el saber ser y el saber hacer. En la figura 4 se muestran algunos resultados:

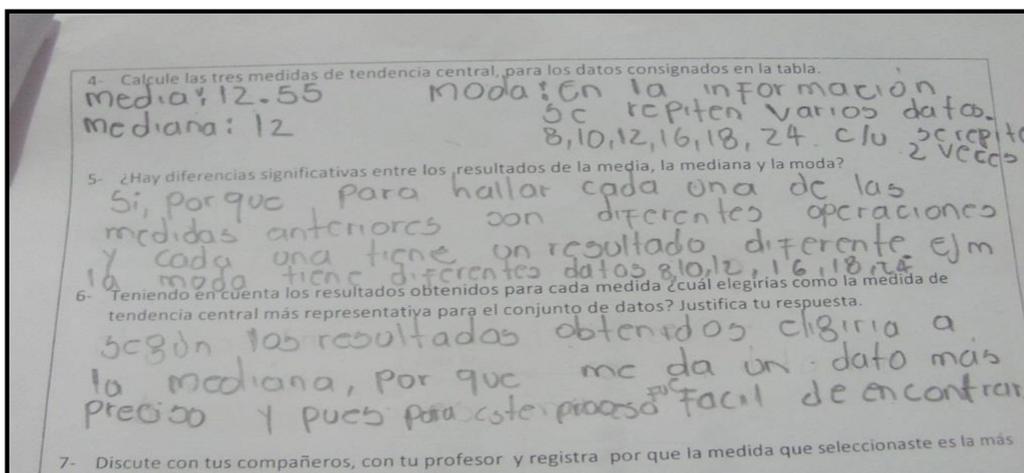


Figura 4. Evidencia 2

- Característica 3: de acuerdo con los descriptores, los estudiantes movilizan la competencia matemática plantear y resolver problemas desde los componentes de la competencia saber conocer, saber ser, en los niveles inicial receptivo y básico, efectúan cálculos mediante algoritmos válidos para cada variable y tipo de dato, pero no efectúan reflexiones que permitan identificar en la medida seleccionada su uso y aportes a la información dada en el problema. Un ejemplo, en la figura 5:

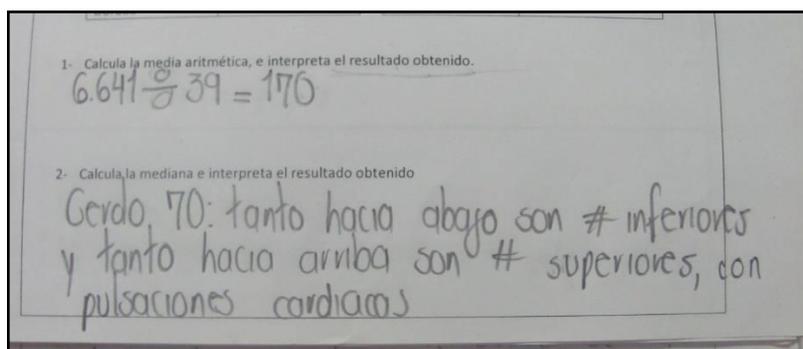


Figura 5. Evidencia 3

- Característica 4: los estudiantes identifican las variables, el tipo de datos que intervienen en el problema, reconocen elementos conceptuales de la estadística descriptiva en cuanto a las medidas de tendencia central, como se indica en la figura 6:

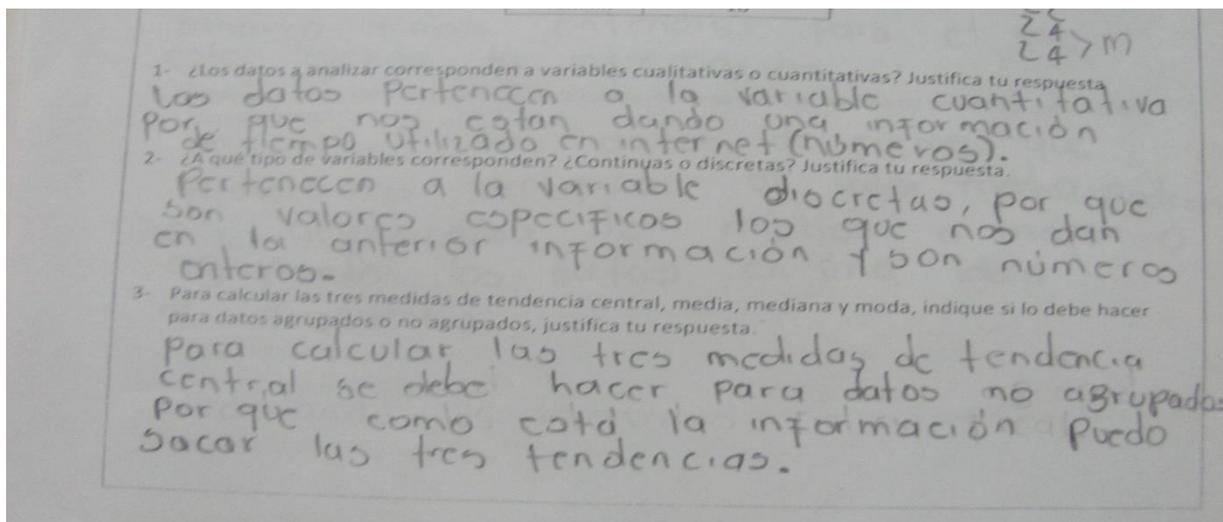


Figura 6. Evidencia 4

- Característica 5: se evidencia el conocimiento del objeto estadístico por el uso de sus algoritmos de cálculo, expresiones sobre el dato e inferencias que les permiten dar recomendaciones pero solo desde el punto de vista del dato numérico hallado. Una evidencia se indica en la figura 7:

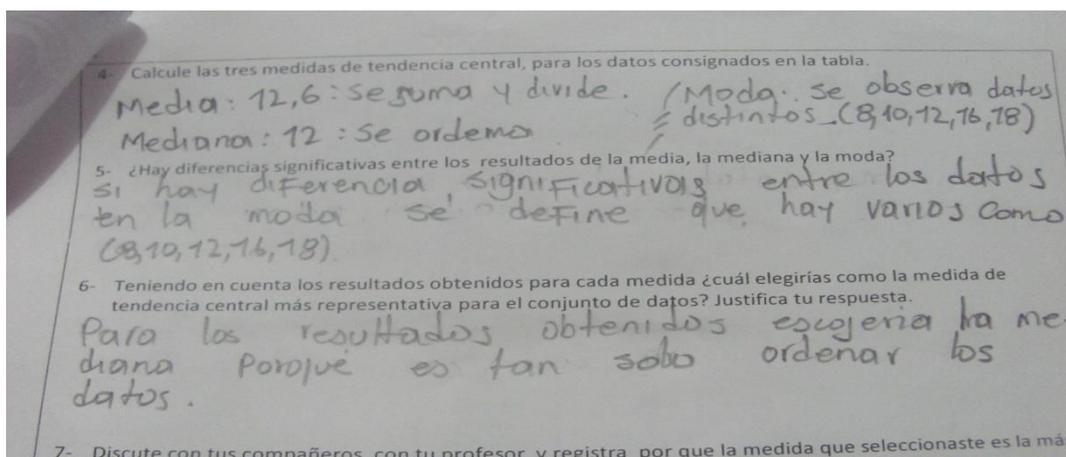


Figura 7. Evidencia 5.

- Característica 6: los estudiantes movilizaron capacidades dentro de los niveles inicial receptivo y básico, esto indica un progreso en sus actividades de aprendizaje, desde lo matemático justificaron el aporte de cada medida de tendencia central al análisis de la información y ahora sus argumentos se fundamentan desde las variables involucradas en el problema. En la figura 8 se ejemplifica un caso:

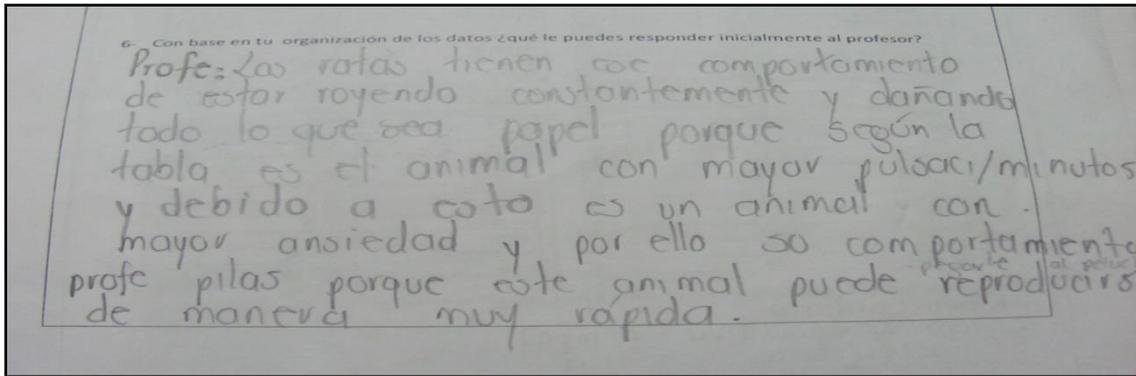


Figura 8. Evidencia 6.

A continuación se presentan en las tablas 2, 3 y 4, de manera condensada, las características de los componentes de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, los cuales se evidenciaron al efectuar el análisis de las actividades matemáticas de aprendizaje desarrolladas por lo estudiantes dentro de las secuencias didácticas. Para caracterizar este saber de la competencia es importante recordar que el saber ser corresponde a actitudes (forma de actuar) y valores (respeto, tolerancia) que los estudiantes muestran en sus actuaciones al resolver un problema planteado.

- Característica general desde el saber ser: las actividades de aprendizaje propuestas en las secuencias didácticas permiten a los estudiantes participar activamente en la selección del problema objeto de estudio, comparen respuestas, reconozcan variables y propongan alternativas de solución, esto indica activación de componentes en la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, elementos que DÁmore (2008) enuncia como un componente esencial en el desarrollo de competencias, la voluntad y el deseo evidente de identificar el problema, reconocer elementos que le permiten abordar mejor el problema, idear un plan de acuerdo a sus conocimientos previos para tratar de resolverlo y hacer uso social de ellos.

Aunque movilizan sus actividades matemáticas de aprendizaje dentro de los niveles Inicial Receptivo y Básico, se considera un buen comienzo, ellos asocian la información presentada como una serie de datos, a un contexto que requiere de su solución para la interpretación de una situación problema, estos elementos se encuentran en la actitud de los estudiantes y son básicos para una transición de lo estrictamente matemático a lo estadístico y para el desarrollo de la competencia matemática Plantear y Resolver

Problemas. Al caracterizar este saber se espera que los estudiantes recurran a sus conceptos y teorías previas, aquí se debe evidenciar que el estudiante conoce de la disciplina. En la tabla 2, se caracteriza el saber ser:

Tabla 2. *Caracterización Saber Ser.*

Caracterización componente de la Competencia Saber Ser
1. Los estudiantes mostraron disposición e interés en hallar la solución a la situación planteada, en la medida que todos realizaron la actividad y dieron respuesta a todas las preguntas de forma diligente y oportuna.
2. Ellos pueden comunicar de manera concreta el problema identificado, pero no logran sugerir las causas de este, esto se da cuando se presenta como argumento que el uso de internet deriva en pérdida de tiempo, y no lo relacionan como usar el internet solo para actividades de ocio.
3. Al aumentar los niveles de complejidad en las actividades para el problema planteado, se evidencia en los estudiantes mayores dificultades al abordarlas, comprenderlas y resolverlas.
4. Se preocuparon por formular preguntas para variables cualitativas y cuantitativas, aunque solo se ocupan de verificar los tipos de consultas más utilizadas y el tiempo de permanencia en ellas, muestran interés en la problemática planteada.
5. Se Identificó en algunas respuestas una mayor activación en las capacidades de los estudiantes, su interés se evidencia en la realización de cálculos de promedios y en la manifestación de algunos de tener en cuenta otras variables (idean un plan) para abordar mejor el problema.
6. La actividad matemática de aprendizaje se abordó con buena disposición, mostraron interés y deseo de solucionar el problema planteado.
7. Participan activamente en la selección de la mediana como la medida que mejor representa los datos, sus argumentos son variados y se acercan un poco brinda la medida como un valor numérico.
8. Los estudiantes elaboraron recomendaciones al profesor de Biología sobre su situación problema, lo hacen desde sus conocimientos previos en la aplicación de algoritmos de cálculo, teniendo en cuenta el valor de la mediana como un dato más.
9. El proceso de reflexión ante las preguntas formuladas en las actividades tienen un elevado nivel de complejidad y se observa, cómo los estudiantes interpretan que hubo coincidencia en la selección de la mediana como la medida más representativa de los datos
10. En las actividades de aprendizaje se observó cómo los estudiantes evidenciaron algunos avances en la interpretación de la información, efectuaron a través de la mediana diversas propuestas al profesor de Biología sobre la posible solución a su problema.

- Característica general desde el saber conocer: los estudiantes identifican las variables involucradas en los problemas planteados, efectúan cálculos utilizando correctamente los algoritmos de la estadística para el tipo de dato y variable, identifican patrones dentro de



la información, reconocen plenamente las características que aportan numéricamente cada medida de tendencia central dentro de la información, siguen un orden que los acerca a los componentes de la competencia, identifican el problema, proponen una ruta para resolver desde lo determinístico, pero no establecen con el dato hallado una articulación entre el pensamiento matemático y estadístico ni generan espacios para la reflexión sobre los cálculos realizados, estas características corresponden a los niveles inicial y básico de este componente saber conocer de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas. En la tabla 3 se presentan los resultados de esta competencia:

Tabla 3. Caracterización Saber Conocer.

Caracterización componente de la competencia Saber conocer	
1.	Los estudiantes identifican como un problema el orden en que se presentan los datos y la influencia de esta situación en el análisis e inferencia de los mismos, por lo que recurrieron a ordenar los datos para realizar el cálculo solicitado.
2.	Los estudiantes presentan claridad para determinar respuestas asociadas al área de matemáticas, pero no corresponden al pensamiento estadístico, para ellos es sólo un dato, esto se evidencia en la correcta utilización de algoritmos más no en la interpretación y asociación de este con la situación problema.
3.	De acuerdo por Polya (1995), lograron concebir un plan para abordar la situación planteada e identificaron inconvenientes iniciales en la presentación y organización de los datos, indica que conocen los elementos conceptuales involucrados en la solución del problema.
4.	Los estudiantes identifican en la información el dato representante de la mediana sin relacionarlo con la estructura algorítmica presentada, debido a que solo indicaron la mediana como un dato sin indicar el análisis que tuvieron que hacer para su cálculo.
5.	Los estudiantes reconocen claramente los tipos de variables que presentan la información, elementos básicos de la estadística descriptiva, lo cual es importante para efectuar los cálculos de las medidas de tendencia central.
6.	Realizaron correctamente los cálculos de las medidas de tendencia central, de acuerdo al tipo de dato y tipo de variable.
7.	Se evidencia que los estudiantes conocen el objeto matemático, realizan correctamente el cálculo de las medidas, teniendo en cuenta el tipo de dato y variable.
8.	Se evidencia avances en la emisión de conceptos, en organización de los datos para su análisis y en la identificación de variables que se involucran en el problema.

Caracterización componente de la competencia	
Saber conocer	
9	Los estudiantes muestran apropiación de elementos del pensamiento estadístico, como lo son el reconocimiento de variables y su incidencia en el análisis de los datos que presenta el problema e identifican en ellos elementos para el cálculo de la mediana.
10	Los estudiantes ejercitan correctamente los algoritmos estadísticos para medidas de tendencia central, puesto que seleccionan correctamente la ecuación con la cual calcular cada medida.
11	Los estudiantes seleccionan la mediana como la medida indicada para una mejor observación de la información y una división de la misma en dos partes iguales.
12	Algunos estudiantes argumentaron por qué la media aritmética no es la medida mejor representante de los datos y lo justifican correctamente indicando que con esta medida se estaría afirmando: todos los animales tienen la misma cantidad de pulsaciones por minuto.
13	Con respecto a la moda los estudiantes en su gran mayoría la reconoce como el dato que más se repite, pero no como la representante mejor los datos analizados, sin justificar esta respuesta.
14	Los estudiantes seleccionan la mediana como la medida indicada que ayuda a una mejor observación de la información y la identifican como la que la divide en dos partes iguales.

- Característica general desde el saber hacer: los estudiantes reconocen en los elementos conceptuales y algorítmicos de las medidas de tendencia central y en particular de la mediana, su uso, como un dato que significa la respuesta a un ejercicio dado; los valores hallados para ellas son tomados solamente desde lo determinístico, es decir, como un dato más y lo interpretan desde lo matemático, sin realizar el proceso de reflexión o devolución con los valores numéricos hallados, lo que Polya llama visión retrospectiva o mirar atrás, entonces se presenta un desequilibrio en el componente saber hacer de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, al no identificar la importancia del dato calculado dentro de la solución de un problema; por tanto en el uso de los algoritmos, los procedimientos matemáticos y las técnicas desarrolladas para resolver problemas del contexto escolar y extraescolar con el objeto matemático mediana, se limitan al cálculo de un dato, a la aplicación de un algoritmo, sin evidenciar que comprenden su utilidad para construir sentido al problema, a su proceso de solución y a la utilidad social de sus respuestas, es decir, presentan fuertes limitaciones para comprender la utilidad social del objeto matemático. En la tabla 4 se sintetizan los resultados:

Tabla 4. *Caracterización Saber Hacer.*



Caracterización componente de la competencia

Saber hacer

1. Los estudiantes establecieron relaciones entre los datos y realizan inferencias con ellos sin profundizar sobre éstos en la medida que los datos significaban un tiempo dedicado a internet y los veían solo como un número sin sentido, de ellos establecieron una medida del tiempo usado por los estudiantes en acceder a la interne relacionado con su tiempo libre.
2. Aunque los cálculos efectuados son correctos ninguno de los estudiantes estableció qué contribución daba cada medida a la identificación y solución del problema, como elemento para un mejor análisis.
3. Presentan claridad para los cálculos realizados, en la selección de la mediana como dato o medida, sin justificar su utilidad en la solución del problema planteado.
4. En las actividades matemáticas de aprendizaje propuestas aunque se movilizaron diferentes capacidades en los estudiantes, no se evidenciaron progresos en cuanto a la separación entre el pensamiento matemático al solo limitarse al cálculo numérico, mientras que desde el pensamiento estadístico es necesario analizar el contexto donde se presentan los datos.
5. Los estudiantes al desarrollar la presente actividad se alejan del problema planteado, en las preguntas formuladas indagan sobre el uso del internet en su tiempo libre, pero no analizan cuánto de este tiempo se utiliza en actividades académicas.
6. En las respuestas dadas en la actividad establecen los problemas académicos en el mal uso del tiempo libre, pero en sus respuestas no observamos como correlacionan las variables que intervienen en la información.
7. Los estudiantes seleccionaron la mediana como la medida que mejor representa los datos, sin embargo no todos justifican su respuesta para la interpretación del problema dado, solamente involucran la medida por el resultado.
8. En la actividad propuesta los estudiantes muestran apropiación de los conceptos estadísticos en los cálculos efectuados, pero no identifican su uso en el análisis de la información presentada.
9. No establecen la relación de las variables con la explicación del fenómeno presentado como un problema, solo se limitan a describir la información desde lo estrictamente cuantitativo.
10. Los estudiantes no expresan, ni justifican claramente lo que le aporta la mediana como medida seleccionada al análisis e interpretación del problema propuesto.
11. No reconocen en las medidas de centralización estadística un elemento que le permite leer e interpretar datos presentados en situaciones cotidianas de aula.
12. Limitaron la actividad al cálculo de un dato, a la aplicación de un algoritmo, sin evidenciar que comprenden la utilidad para construir sentido al problema a su proceso de solución y a la utilidad social de sus respuestas.
13. En sus respuestas se evidenciaron niveles de progreso en la argumentación y asociación de los datos con el problema de los ratones y su alto nivel de pulsaciones, realizando comparaciones con las pulsaciones de otros animales, pero aún la mediana no se toma como eje en la solución al problema en mención.

Una caracterización del saber hacer corresponde, a la observación de cómo los estudiantes se apoyan en habilidades y técnicas procedimentales al desarrollar actividades matemáticas de aprendizaje.

Discusión

Para nuestro sistema educativo, que propende por la implementación un modelo de aprendizaje por competencias, se genera un reto en la instrucción (profesor), dado que en el diseño de sus actividades matemáticas de aprendizaje (tareas) debe lograr que el estudiante conozca, comprenda conceptos matemáticos y haga uso de ellos en situaciones cotidianas, teniendo en cuenta los fenómenos particulares para cada estructura y subestructura de contenidos.

Se observa que en los modelos revisados y descritos, aunque son amplios en la definición del concepto de competencia matemática y en la articulación de lo curricular y lo didáctico a través de las tareas y brindar con ellas unos niveles de complejidad; no se presenta en dichos modelos instrumentos puntuales para la evaluación o caracterización de los desempeños de los estudiantes en las actividades matemáticas de aprendizaje.

Como ejemplo, el modelo de Competencia Matemática propuesto por Solar (2009, p. 57) y enseñado en la tabla 9, propone una actividad matemática cada vez más compleja dentro de unidades didácticas, donde se identifican actitudes, conocimientos y actuaciones para esa actividad, pero el modelo no presenta como se identifican esas actitudes, conocimientos y actuaciones, lo que a nuestro juicio presenta un inconveniente para su aplicación en el aula de clase.

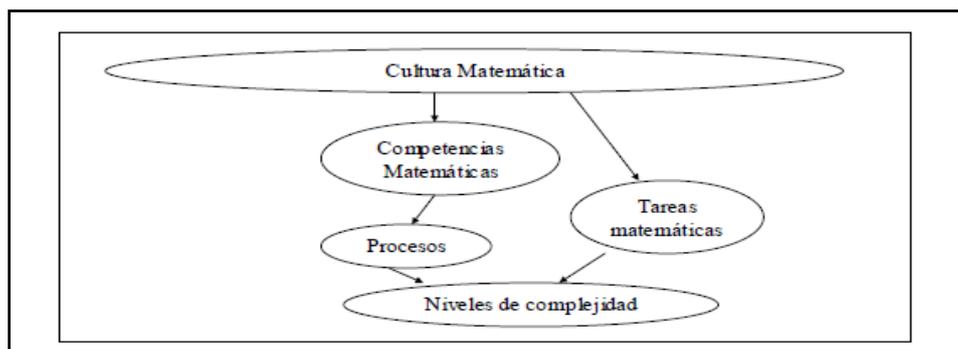


Figura 9. Modelo de Competencia Matemática. Solar (2009).

De igual manera, en el modelo teórico presentado por García & Tovar (2012), figura 10, proponen un modelo teórico que amplía la propuesta de modelo de Solar y que centra en la actividad matemática de aprendizaje, es decir centrado en el estudiante; se busca la interrelación entre tareas, procesos y niveles de complejidad, aplicadas en actividades de utilidad contextual, que apunte a la activación de capacidades en donde progresivamente permita el desarrollo de las competencias.

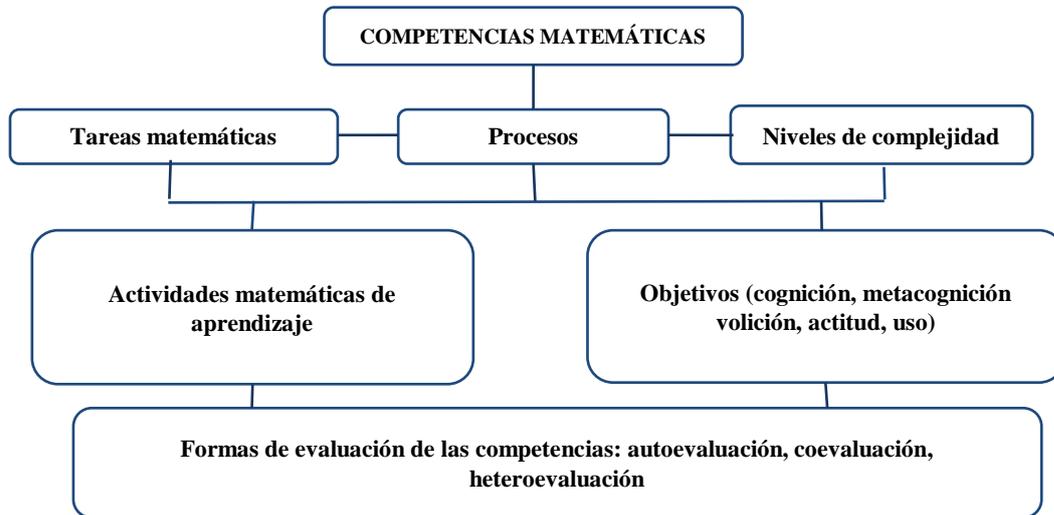


Figura 10. Modelo teórico.(García & Tovar, 2012)

De nuevo se presenta la dificultad indicada en el modelo de Solar, respecto a que este modelo no propone un instrumento que evalúe las actuaciones de los alumnos.

Debido a estos factores se destaca la importancia del modelo teórico a priori propuesto y desarrollado en la investigación, el cual se fundamenta en el concepto de competencia matemática, involucra la actividad del profesor y del estudiante y propone unos niveles de dominio (los propuestos por Tobón) pero ampliados en una rejilla para la evaluación (tablas 2, 3 y 4) y acompañados por una ruta para la caracterización. Se presenta entonces un instrumento didáctico (profesor) para evaluar las competencias que muestran los estudiantes, en diferentes actividades contextualizadas, que es donde se formaliza el conocimiento matemático y en donde se identifican los fenómenos en los cuales se hace uso de ellos. De igual manera, el modelo teórico propuesto no se limita solo a competencias matemáticas, si no que puede ser aplicado en diferentes áreas del conocimiento.

Conclusiones

- El proceso de Caracterizar la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas se instaló en dos perspectivas: la curricular y la didáctica. La primera, implica considerar el dominio matemático como matriz de los contenidos y en función de los procesos matemáticos que reorganizan el currículo matemático escolar; la segunda, se fundamenta en referentes de investigación en didáctica de las matemáticas que postulan la enseñanza y el aprendizaje para el desarrollo de competencias matemáticas focalizadas en dos expectativas de aprendizaje: una de corto plazo, relacionada con los objetivos específicos y articulada a la segunda expectativa de largo plazo, relacionada con las competencias.
 - La actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes evidenciada en la investigación permite caracterizar la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas de la siguiente manera: los estudiantes desarrollan procesos matemáticos, capacidades y aspectos afectivos y de tendencia de acción que caracterizan su actuación en los niveles de complejidad *inicial receptivo y básico*.
 - Movilizan componentes de la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas como identificar un problema, establecer un plan desde sus conocimientos previos y ejecutarlo ejercitando de manera correcta los algoritmos de cálculo; con respecto al proceso de metacognición, no se evidencian muchos progresos, esa reflexión sobre el uso de los contenidos matemáticos en lo escolar y extraescolar, lo que se aprende y para qué se aprende, no aparece como regularidad en ninguno de sus niveles.
 - Los modelos de competencia matemática propuesto por varios investigadores, entre ellos Tobón (2006), Tobón et al (2009-2010), Solar (2009), García et al. (2010) básicamente, comparten los siguientes elementos: a) las tareas matemáticas como un aspecto relacionado con los contenidos matemáticos; b) los procesos matemáticos que constituyen las competencias matemáticas; c) Los niveles de complejidad de las tareas y los procesos en donde se indica el grado de movilización de la competencia y c) la actividad matemática de aprendizaje que indica la calidad del proceso de desarrollo de la competencia matemática del estudiante. Estos elementos fueron la base del modelo teórico a priori propuesto por esta investigación para caracterizar la competencia matemática Plantear y Resolver Problemas articulando tres aspectos específicos del desarrollo humano: el saber ser, el saber conocer y el saber hacer.
 - En esta investigación se considera que para evaluar el desarrollo de competencia matemática Plantear y Resolver Problemas, la clásica heteroevaluación no valora de
-



forma integral las actuaciones de los estudiantes en las actividades matemáticas de aprendizaje. Por ello, la evaluación debe comprender procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción de la competencia es decir los tres saberes antes descritos.

- En el desarrollo de la investigación se necesitó diseñar matrices de desempeño, lo que facilitó una mejor caracterización de la actividad matemática de aprendizaje de los alumnos, permitió confrontar los procesos competenciales en los diferentes niveles de dominio esperados con los alcanzados por los estudiantes en su actividad matemática de aprendizaje. Si bien es cierto, estas matrices podrían generar, para los maestros, complejidades de adaptación a su contexto socio cultural de aula.

- Se considera que ampliar esta investigación contribuye a indagar problemas concretos sobre la competencia matemática en el aula de clase, esto se da en la medida que otras investigaciones confronten los resultados aquí obtenidos; posibilitando de esta manera contribuir a un currículo que promueva la educación por competencias, en especial la competencia matemática.

- La educación por competencias debe ir más allá de un discurso pedagógico que pretende ser la solución ideal al problema educativo, las competencias emergen como un elemento integrado entre lo curricular, lo didáctico y el contexto, contruidos de forma participativa en los PEI de las instituciones.

Referencias Bibliográficas

Birzea, C. (1980). *Hacia una didáctica por objetivos*. Madrid: Morata

D' amore, B., Godino, J.y Fandiño, M. (2008). *Competencias y Matemática.*: Bogotá: Editorial Magisterio.

Espinoza, L; Barbé, Q.; Mitrovich, D.; Solar, H.; Rojas, D. y Matus, C. (2008) *Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas*. Proyecto FONIDE N°: DED0760. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

Floriano, E. Floriano, L. (2013) *La Competencia Matemática Plantear y Resolver Problemas: El caso de la mediana*. Tesis de grado. Maestría en Ciencias de la Educación, Universidad de la Amazonia. Florencia Cqta.

García, B & Tovar, A (2012). *Competencias Matemáticas: la importancia didáctica de sus componentes*. Conferencia del I encuentro internacional de Matemática y Física, Universidad de la Amazonia.

Le Botef, G. (2000). *Ingeniería de las competencias*. Barcelona: Gestión 2000/EPISE.

Perrenoud, P. (2004). *Diez competencias para enseñar*. Barcelona: Graó.

Polya, G. (1969). *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Solar, H. (2009) Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas. Portugal.

Tobón S. (2009b). Proyecto formativos: didáctica y evaluación de competencias. En E.J Cabrera (ed.). *Las competencias en educación básica: Un cambio hacia la reforma*. México: Secretaria de educación pública.

Tobón S. (2010). *Proyecto formativos: Desarrollo y evaluación de competencias*. México. Book Mart.

Zabala, A.; Arnau, L. (2007). *Cómo aprender y enseñar competencias*. Barcelona: Graó.
