

MODELO TEÓRICO A PRIORI PARA CARACTERIZAR LA COMPETENCIA MATEMÁTICA COMUNICAR EN EL APRENDIZAJE DE LA CIRCUNFERENCIA

Dawson Didier Cortés Joven¹

Doris Loaiza Ferla²

Luis Emiro Ramírez Gómez³

Recibido: 2 de septiembre de 2013. Aceptado: 16 de noviembre de 2013

Resumen

El propósito de este trabajo es mostrar aspectos relacionados entre las tareas, los procesos y los niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje de la circunferencia articulados en un Modelo Teórico A Priori (MTAP). Involucra, además de los aspectos cognitivos, los afectivos y de tendencia de acción que implica una pragmática de uso social de la misma competencia. El MTAP se aplicó con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Dante Alighieri de San Vicente del Caguán. Este trabajo permitió caracterizar la competencia matemática comunicar mediante el análisis de capacidades, descriptores y actuaciones de los participantes, enfocados desde el constructo de la comunicación, a partir de la interacción social en el aula.

Abstract

The purpose of this work is to show aspects between the tasks, processes and levels of complexity with the mathematical learning of circumference activity articulated in a model theoretical A Priori (MTAP). Involves, in addition to cognitive aspects, the affective and action trend involving a Pragmatics of social use of the same competition. The MTAP is applied with ninth graders from the institution educational Dante Alighieri of San Vicente del Caguán. This work allowed to characterize competition mathematics

¹ Licenciado en Matemáticas y física. Especialista en Matemáticas y Física. Magíster en docencia de la matemática. Investigador del grupo de investigación Desarrollo Institucional Integrado. Correo electrónico: dawsondidier@gmail.com.

² Licenciada en Matemáticas y Física. Magíster en Ciencias de la Educación con Énfasis en Didáctica de la Matemática. Docente de matemáticas de la I.E. Dante Alighieri. Correo electrónico: dorisilla2009@hotmail.com

³ Estudiantes de la Maestría en Ciencias de la Educación con Énfasis en Didáctica de la Matemática, Universidad de la Amazonia. Correo electrónico: luisemiro2004@yahoo.es



communication through the analysis of capabilities, descriptors and performances of participants, focused from the construct of communication, from social interaction in the classroom.

Palabras clave: Modelo teórico a priori, competencia matemática comunicar, matemáticas escolares, formas geométricas.

Key Words: Theoretical model, mathematical competition communicate, mathematics school, geometric shapes.

Introducción

Algunos aspectos que se abordan en el problema del desarrollo de competencias matemáticas tiene que ver con la naturaleza individual de las mismas, explicadas desde las particularidades del sujeto que aprende matemáticas o, como se postula, también involucra variables de naturaleza social y cultural que inciden en los sujetos, los contextos y en la vida misma de una comunidad de aprendizaje como es la clase de matemáticas.

No obstante, en el aula de clases, la enseñanza de las matemáticas no se aborda desde la perspectiva socio-cultural, el currículo no tiene una visión integral para interrelacionar lo cognitivo y lo social para que, lo comunicativo se constituya en el eje articulador del desarrollo de la competencia matemática en el aprendizaje de la conferencia.

Por todo lo anterior, se propone una pregunta con la cual se quiere contribuir a la reflexión y permitir de alguna manera dar respuesta a ¿Cómo caracterizar la competencia matemática comunicar asociada al aprendizaje del objeto matemático circunferencia, en estudiantes de educación básica secundaria.

El dominio del conocimiento matemático bajo la perspectiva sociocultural, como una actividad social (Jaramillo, 2011), que involucra a los sujetos en una interacción, es importante en la medida que los estudiantes desarrollen capacidades en la construcción del significado matemático, para que sean compartidos socialmente mediante procesos de

comunicación y se respete así, los distintos saberes constituidos por los diversos grupos socioculturales al interior de los mismos.

Es por lo anterior, que el diseño de las tareas permite movilizar en el aula de clase los aspectos comunicativos tanto orales como escritos involucrando variables sociales y culturales en el desarrollo de los procesos matemáticos. De esta manera, consideramos necesario y útil para las intenciones del trabajo por competencias, asumir esta perspectiva gracias a que postula un conocimiento construido y compartido social y culturalmente; además, socialmente útil y a manera de preocupación como ayuda para consolidar una comunidad en educación matemática bajo este tipo de perspectiva teórica. En esta utilidad social de las matemáticas es clave que el profesor la comprenda y la asuma para promover desde sus prácticas de enseñanza una pragmática de uso, aprendizajes situados y solución de problemas contextualizados.

El Modelo Teórico A Priori (MTAP) de competencia matemática comunicar, recoge en el análisis de las actuaciones de los participantes el trabajo en los aspectos, cognitivos, afectivos y de tendencia de acción (D'Amore, Diaz & Fandiño, 2008) mediante la articulación de las tareas y los procesos matemáticos con la actividad matemática del estudiante, valorando la calidad de su aprendizaje y así, caracterizar la movilización de la competencia, no sólo desde el aporte que hacen los niveles de complejidad asociados a la evaluación del aspecto cognitivo de la competencia, sino desde el trabajo de aula, en la cual el docente está llamado, a contribuir a generar procesos de interacción entre los sujetos para que contribuyan al desarrollo de aspectos afectivos, volitivos, éticos, metacognitivos y de pragmática de uso de la competencia matemática.

De acuerdo con lo planteado, es necesario incorporar al currículo procesos matemáticos dotados de una estructura que permitan sustentar y caracterizar las competencias matemáticas, en un desarrollo de actividades matemáticas, mediante el empleo de modelos basados en el enfoque competencial. El MTAP es una buena estrategia didáctica que asume descriptores para los diversos aspectos presentes en la Competencia Matemática Comunicar (CMC), permitiendo la valoración y la caracterización de los mismos, mediante la actividad de aprendizaje de los estudiantes,



evidenciando avances en el desarrollo de su competencia a través del paso de un nivel creciente de complejidad a otro.

Referentes Conceptuales

Conceptualizar la Competencia Matemática Comunicar (CMC), no es fácil, ni aparece como tal, en estudios que hasta el momento se tenga de antecedentes, pero si se puede incluir como referencia para su conceptualización, diversos fenómenos que aparecen en el estudio de la interacción en el aula de matemáticas, donde se involucren procesos comunicacionales y elementos que componen de manera general la competencia; tales como, los planteados por OCDE-PISA (2006), Bishop (2005), Rico y Lupiañez (2008), Asfard (2008), D'amore, Díaz y Fandiño (2008), Rojas (2009), Rojas (2011), Niss, 2004, citado por Mora y Rosich (2011), Arévalo (2012). Los anteriores estudios sirvieron para asumir en la investigación la CMC de la siguiente manera:

La CMC desarrolla en el estudiante el proceso de la negociación para animar a los estudiantes a participar mayormente en un discurso matemático que genere el desarrollo de aspectos primordiales de la comunicación escrita y verbal, convirtiéndose en un miembro activo y participante de la comunidad de aprendizaje, compartiendo y desarrollando el significado matemático en situaciones contextuales, y utilizarlo socialmente, desde la relación entre factores meta-cognitivos, afectivos y volitivos.

Hacen parte de la composición del MTA de la CMC, los aspectos mencionados como componentes de la competencia matemática, referidos por D'amore, Díaz y Fandiño (2008): a) cognitivo (relacionado con el estudio del objeto matemático, Circunferencia), b) el afectivo (involucrado al proceso matemático de la motivación) y de c) tendencia a la acción (analizado con el proceso matemático de la dedicación). Además, se combina con los expuestos por Solar (2009): Procesos matemáticos, Tareas y Niveles de Complejidad.

Para el caso del aspecto cognitivo, se involucran los procesos matemáticos, de: participación, negociación y actividad discursiva. Estos son procesos propios de la interacción social en el aula de matemáticas como entes de la actividad comunicacional

que permite construir significados matemáticos, comunicarlos, compartirlos y desarrollarlos como estudiantes –participantes miembros activos de una comunidad de aprendizaje (Bishop (2005) y Asfard (2008)), y que de alguna manera, permite transversalizar lo cognitivo con los procesos metacognitivos, afectivos y emocionales puestos en marcha, con las actuaciones de los participantes. Tal como se puede ver en la figura 1:



Figura 1. Aspectos del proceso comunicativo presente en la interacción social en el aula para compartir y desarrollar el significado matemático

El objeto matemático que va a dinamizar esta relación es la circunferencia. Para su tratamiento se tuvo en cuenta lo formulado por Gómez (2002) en lo correspondiente al componente análisis de contenido que expone el autor cuando trata el análisis didáctico en su estudio “Análisis didáctico y diseño curricular en matemática”. En él se hace un recorrido por la estructura conceptual, sistemas de representación y su fenomenología desde lo cotidiano y lo matemático. Para su estudio y en el diseño de tareas se tiene en cuenta aspectos relacionados con la conceptualización, los elementos y algunas de sus propiedades.

Método

La metodología de investigación en la que se inscriben el análisis de los resultados es de naturaleza aplicada, de carácter cualitativo, orientada en la postura sociocultural (Jaramillo, 2011) dado que esta, permite comprender y analizar las realidades del aula de clases, frente a los comportamientos e interacciones de los participantes con el propósito de caracterizar la CMC, teniendo en cuenta las acciones y actuaciones de los participantes dentro de una comunidad de aprendizaje como es el aula de clase. En esta investigación se utiliza como método el estudio de caso, “(...) que consiste en analizar un caso en detalle



a través del tiempo, empleando múltiples fuentes de datos que se encuentran en el entorno” (Solar, 2009, p. 113). Mediante el cual se pretende registrar y valorar las actuaciones de los participantes involucrados en dicho estudio y de esta forma acercarnos más hacia la realidad social y la vida humana de la comunidad de aprendizaje (aula de clase), en lo que tiene que ver con las actuaciones e interacciones de los participantes.

Los participantes objeto de estudio, en la presente investigación son los estudiantes del grado noveno tres (903) de la Institución Educativa Nacional Dante Alighieri (IEDA) del municipio de San Vicente del Caguán Caquetá, conformado por 34 jóvenes, que bajo el enfoque de esta tesis se convierten en participantes, entre ellos 17 mujeres y 17 hombres, con edades entre los 13 y los 15 años, teniendo un grupo focal de 4 personas divididos en 2 parejas para impulsar la comunicación y análisis de la prueba definitiva, siendo ellos en quienes se centra el objetivo de este trabajo, el desarrollo de la actividad de aprendizaje del estudiante como tal se realiza en un total de 4 clases en bloques de 2 horas.

La investigación se desarrolló en dos fases fundamentales: la primera corresponde a la planeación (selección del diseño), cuyo propósito fue identificar y establecer referentes, posiciones teóricas y metodológicas. La segunda corresponde a la ejecución y análisis de resultados. Teniendo en cuenta lo mencionado, las fuentes de información fueron, los documentos de archivo analizados como grabaciones de voz, videos y fotografías durante las clases, al igual que algunos apuntes de cuaderno y notas de los participantes.

Finalmente, se procedió con el análisis de los datos, lo cual requirió bastante dedicación y cuidado por tanto se procedió así: en primer lugar, se realizó la reducción de los datos, con una lupa especial fundamentada en criterios de la comunicación; en segundo lugar, se analizó cada uno de los elementos de archivo como son, videos, grabaciones de audio, tabuladores digitales, apuntes de clase y fotografías, estas últimas fueron descartadas por no contar con uno de los criterios como era la participación, de los datos obtenidos y en tercer lugar se hizo una pesquisa exhaustiva buscando otros criterios comunicacionales como la negociación, la actividad discursiva, la motivación y la dedicación.

En síntesis, se confronta cada uno de los episodios con el MTAP, se idéntica los descriptores y las actuaciones en los fragmentos y el análisis se logra, al codificarlos de acuerdo con lo expresado en la tabla 1:

Tabla 1. *Aspectos de los criterios comunicacionales*

Cognitivo	Participación	A
	Negociación	B
	Actividad discursiva	C
Afectivo	Motivación	D
Tendencia a la acción	Dedicación	E

Resultados

La información obtenida en el presente estudio, se tomó de las siguientes situaciones matemáticas:

- Identificar elementos de la circunferencia en las ruedas de los automóviles, motocicletas y bicicletas estacionados en el parqueadero de la Institución.
- Medición de la cancha de microfútbol, contando vueltas con la rueda metro.
- Simulación de un problema con el apoyo de un software de geometría dinámica, para dar soluciones que permitan resolver problemas fuera del contexto escolar. Esta actividad se desarrolló en la sala de sistemas de la Institución.

En las situaciones mencionadas, y de acuerdo con las actuaciones de los estudiantes, las competencias matemáticas comunicativas (CMC) Identificadas son:

- Respecto a lo cognitivo, en lo relacionado con la participación, se evidenció que hubo presencia de la mayoría de: *“es coherente con sus apreciaciones y explicaciones”* vinculado con la actuación *“Reporta las actividades realizadas”*, las cuales tienen que ver con el desarrollo de la capacidad de: *“expresarse en público de manera oral y escrita”*; sin embargo, los de mayor influencia fueron: *“comprende las afirmaciones expresadas por otros”*, lo cual, hace alusión a expresar solo resultados, describir el
-



trabajo realizado; es decir, que estas características permiten declarar la actividad en el *grado más elemental* de la CMC.

En cuanto al proceso de negociación, los descriptores de mayor frecuencia hacen referencia a: *“respeto y tiene en cuenta las ideas de los demás”*, *“manifiesta dudas y las expresa abiertamente”*. Estos descriptores están relacionados con el desarrollo de la capacidad *“comparte y desarrolla el significado con sus compañeros de forma oral y escrita”*, lo cual no influyen de manera notable en el proceso de negociación, ya que lo ocurrido no sobresale para que los estudiantes compartan y desarrollen significados matemáticos.

Así mismo, la actividad discursiva se caracterizó por la ocurrencia de la regularidad *“responde satisfactoriamente ante una pregunta o situación matemática”*, asociada a las actuaciones de *“participa expresando sus ideas”*, y *“Dialoga coherentemente con sus compañeros en la organización de las ideas”* lo cual está relacionado con el desarrollo de las capacidades *“expresa, discute y comparte de forma oral o escrita sus ideas y significados matemáticos”*, evidenciando el interés de parte del estudiante por responder a una situación matemática, generando una participación y discusión de manera leve, es de destacar que aunque en menor medida, se identificó el descriptor *“expresa su punto de vista y lo defiende mostrando coherencia”*, cuya ocurrencia se empezaba a vislumbrar en el desarrollo del anterior proceso, cuando los estudiantes inician a negociar los significados matemáticos para compartir.

- En lo que tiene que ver con lo afectivo, el descriptor presentó mayor frecuencia para ésta actividad de aprendizaje fue: *“Manifiesta interés por participar motivadamente de la actividad matemática”* y con menos presencia se encontró: *“escucha y respeta los aportes de sus compañeros”*, *“se preocupa por mostrar un discurso de calidad”* *“Participa activamente de la construcción del significado matemático”*, evidenciándose de esta manera el aporte al desarrollo de los procesos cognitivos y en especial, al proceso de la Participación, cuando el estudiante participa motivadamente en el desarrollo de la tarea matemática que el docente le presenta. La dedicación es evidente porque los estudiantes respondieron oportunamente a los cuestionamientos solicitados en la actividad matemática, también se evidenció en un menor grado el
-

esfuerzo que hicieron los estudiantes para efectuar cambios en la discusión de sus ideas.

- En cuanto a la tendencia a la acción, se encontró que la dedicación es evidente porque los estudiantes respondieron oportunamente a los cuestionamientos solicitados en la actividad matemática, también se demostró en un menor grado el esfuerzo que hicieron los estudiantes para efectuar cambios en la discusión de sus ideas, todo ello deja ver la articulación que hay con los descriptores de los demás procesos ya mencionados, mostrando así un alto nivel de participación de la actividad de aprendizaje y sus respectivas interacciones sociales efectuadas alrededor de la misma.

A nivel general se puede afirmar que en los episodios de clase analizados en la actividad de aprendizaje prevaleció el proceso cognitivo de la participación. Lo anterior debido a la gran variedad de descriptores ocurridos, relacionados a este proceso comunicacional de carácter cognitivo, al igual, que a la cantidad de actuaciones que con frecuencia ocurrieron en él. La participación se caracterizó especialmente porque los estudiantes: *Comprendieron las afirmaciones expresadas por otros, realizaron explicaciones sencillas acerca de la actividad desarrollada, identificaron y expresaron los elementos de la circunferencia, se mostró coherencia con las apreciaciones y explicaciones que se hicieron referente a los objetivos de la tarea, al igual que explicaron los cálculos y resultados de manera sencilla.*

Análisis y Discusión

Para el análisis de los datos se tuvo en cuenta: a) la descripción de la dinámica en el aula, en la que se cuenta el desarrollo de la actividad matemática para cada una de las clases grabadas, mostrando el objetivo específico de la tarea y el nivel creciente de complejidad de cada situación matemática, b) las actuaciones de los participantes, identificadas en el proceso del análisis de las situaciones matemáticas desarrolladas en las actividades de aula, en esta parte se caracterizó la CMC, a partir de los descriptores para cada proceso matemático del MTAP, teniendo en cuenta los episodios de clase seleccionados donde



intervinieron los cuatro estudiantes objeto de estudio, y c) un análisis general de dicha interacción⁴, que concluye con los aspectos que permitieron la caracterización de la CMC.

La participación estuvo influenciada con menor frecuencia por algunos de los descriptores que tienen que ver con el nivel de complejidad de conexión y lo del nivel de reflexión no hubo presencia de ninguno de ellos. Esto indica que la CMC en esta parte de la actividad matemática, se ubica en un nivel de complejidad de reproducción, únicamente se limitan a participar de la actividad, con un mínimo de aportes en la construcción de significados matemáticos. al articular estos descriptores con los del proceso de participación, nuevamente ubican la CMC, en un nivel de complejidad de reproducción.

Adicionalmente, se evidenció un alto nivel de participación de la actividad de aprendizaje y sus respectivas interacciones sociales efectuadas alrededor de la misma, por ende se considera que la motivación que muestran los estudiantes juega un papel importante en el desarrollo de la actividad de aprendizaje en el momento en que el profesor favorece e incita al estudiante, mediante la tarea a que permanentemente se desarrolle una correspondiente volición por parte del estudiante (D'amore et. al, 2008).

De acuerdo con la información obtenida, se comprobó que el proceso de la negociación mostró menor desarrollo de los participantes, es decir, sólo se dieron actuaciones correspondientes a dar cuenta de la interacción en público aportando ideas, lo cual evidencia un discurso de mediana calidad en el que se intenta compartir algunas ideas mediante una negociación de las mismas; por ende, la negociación en el desarrollo de los significados matemáticos compartidos asumió la naturaleza de interacción entre los participantes y ayuda al desarrollo de significados matemáticos como un problema de construcción social al interior de la clase de matemáticas (Bishop, 2005).

En este sentido, se identificó una actividad discursiva sin argumentos para debatir sus puntos de vista, dejando posicionada la tarea matemática en un nivel de complejidad de reproducción mostrando características elementales de complejidad de la CMC, dado que esta actividad se caracterizó porque en gran parte, se desarrolló la capacidad relacionada

⁴ Interacción social en el aula, desarrollo de aspectos comunicacionales verbales y escritos, participación, discusión matemática y negociación compartida de significados matemáticos (Bishop, 2005 y Asfard, 2008).

a expresar, discutir y compartir de forma oral o escrita sus ideas y significados matemáticos, en relación a la ocurrencia de: responder satisfactoriamente ante una pregunta o situación matemática, comunicar detalladamente el reporte de sus actividades, dialogar coherentemente con sus compañeros en la organización de las ideas y, en menor proporción, en explicar sus ideas propiciando nuevos cuestionamientos; lo que también ubica la CMC en el nivel de complejidad reproducción.

Además, el proceso de dedicación se manifiesta cuando los estudiantes se esfuerzan por efectuar cambios en la discusión de sus ideas y cuando constantemente muestran dedicación por promover con su discurso la construcción del significado matemático, se considera que este se caracteriza según CMC en nivel de complejidad de reproducción gracias al alto nivel de participación que presentaron los estudiantes en el transcurso de la interacción, en este sentido, dado que en el proceso también se muestra poco interés y esfuerzo de los estudiantes para tratar de pasar de un nivel creciente de complejidad a otro; evidenciado en la cantidad de actuaciones en cada tabla resumen de los procesos, estas actuaciones también están articuladas con las sucedidas en los procesos cognitivos y que corresponden a los niveles de complejidad de conexión y de reflexión.

Estos descriptores corresponden a un nivel de complejidad de reproducción, de igual manera, para el caso de las actuaciones correspondientes al desarrollo de actividades propias a los niveles de complejidad de conexión y de reflexión, solo toma importancia cuando los estudiantes explican sus ideas propiciando nuevos cuestionamientos, para el caso del nivel de conexión y, el de aportar con sus ideas a facilitar la construcción del significado matemático, caso para el nivel de reflexión. Aunque en este episodio de clase se presentan todos los descriptores, la cantidad de ocurrencia en las mismas se hace de manera esporádica y sin ninguna trascendencia para el aporte a la caracterización de la CMC, debido a la falta de argumentos para justificar sus ideas y resultados obtenidos.

Estos procesos de comunicación que presentan los estudiantes cuando participan de la actividad matemática son los que permiten que se produzca la negociación de significados matemáticos, puesto que cuando ellos explican sus ideas propician nuevos cuestionamientos y discuten con fundamentos y argumentos sus puntos de vistas, lo cual



conlleva a una negociación de los significados matemáticos puestos en juego, esta caracterización sitúa la CMC, en un nivel de complejidad de conexión.

Conclusiones

Los estudiantes realizaron la actividad matemática resolviendo tareas, desarrollando procesos matemáticos que les permitieron comunicar el proceso y el producto de su actividad y la valoración de la calidad de estos procesos, mediante sus actuaciones articuladas con unos descriptores propios del proceso de la comunicación, con actuaciones individualizadas que permitieron validar el constructo del significado matemático dentro del grupo. Los estudiantes participantes, lograron movilizar procesos de riqueza cognitiva, pero además, de naturaleza metacognitiva, afectiva y volitiva.

Esta interacción en el aula es un elemento sustancial para caracterizar la CMC, pues es desde este análisis, que se entiende el por qué el estudiante no se puede clasificar a partir de unas pruebas masivas. Al contrario, lo instala en un escenario de instrucción, en el cual se involucra en la interacción entre los sujetos del proceso de enseñanza y aprendizaje, la movilización de la CMC, al resolver problemas significativos de su contexto sociocultural.

El estudiante-participante, logró movilizar procesos comunicacionales referentes a ubicar la CMC en un nivel de complejidad de reproducción. Lo anterior se evidencia en el desarrollo de las capacidades de: *expresarse en público de manera oral y escrita, Comparte y desarrolla el significado matemático con sus compañeros de forma oral y escrita, expresa, discute y comparte de forma oral o escrita sus ideas y significados matemáticos, todas ellas relacionadas con las actuaciones de los estudiantes que tienen que ver con el aspecto cognitivo.* El desarrollo de capacidades tendientes a promover desde lo afectivo y la tendencia de acción corroboraron de manera coherente con este nivel de complejidad cuando el estudiante: *atiende y participa activamente en el desarrollo de la actividad matemática y Se dedica con interés y esfuerzo al desarrollo de la actividad matemática.*

Las características descritas durante la actividad de aprendizaje en cada proceso matemático mostró, como se dijo anteriormente, la articulación entre lo cognitivo con los procesos emocionales del estudiante y desde este análisis, se entiende el por qué el estudiante no se puede clasificar a partir de unas pruebas masivas. Al contrario, lo instala en un escenario de enseñanza, en el cual se involucra en la interacción entre los sujetos del proceso de enseñanza y aprendizaje, la movilización de la CMC resolviendo problemas significativos de su contexto sociocultural.

La comunicación permitió a los estudiantes comunicar, discutir, argumentar significados matemáticos en la clase. Comprendiendo y compartiendo estos significados mediante ideas conectadas con charlas, exposición de las mismas, de manera escrita como de tipo verbal, además, representaron el significado en diversas formas de representación semiótica (símbolos, gráficos, diagramas, algoritmos, etc.); en esta interacción entre profesor-estudiante, estudiante-estudiante, es que el estudiante logra convertirse en miembro de una comunidad matemática, Asfard (2008, p. 29). El estudiante aprendió a comunicarse en el lenguaje de esta comunidad, a compartir sus reglas, a ser parte integral del grupo, a ser un participante activo. La negociación en el desarrollo de los significados matemáticos compartidos asumió la naturaleza de interacción entre los participantes y ayudó al desarrollo de significados matemáticos como un problema de construcción social al interior de la clase de matemáticas Bishop (2005).

Referencias Bibliográficas

- Arévalo, A. M. (2012). Comunicación matemática en el aula: uso y gestión de estrategias. Tesis de Maestría, Universidad Católica de la santísima Concepción, Concepción.
- Bishop, A.J. (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática, Santiago de Cali, Universidad del Valle.
-



D'Amore, B., Godino, J., Fandiño, M. (2005). *Competencias y matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial magisterio.

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7,(3), 251 – 292.

Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones utopías, futuros posibles. *Revista Educación y Pedagogía*, 23, (59), 13 – 36.

OCDE. (2006). *PISA. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Madrid: Santillana Educación.

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicación* Santiago de Cali: Programa editorial Universidad del Valle.

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencias aplicado a un estudio de caso*. Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona, Balleterra.

Rico, L., Lupiañez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza editorial.

Rojas, F. (2009). *Indicadores comunicacionales para caracterizar la participación en el aula de matemáticas*. XIV JAEM, Girona.

Rojas, F. & Solar, H. (2011). *Instrumentos discursivos para caracterizar la comunicación del profesor en el aula de matemáticas y las posibilidades de participación de los estudiantes*. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.
