



COMPONENTES DE UN MODELO TEÓRICO PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES

*“¿Qué sería una competencia sin el deseo, sin la voluntad y sin el gusto de hacer uso de ella?
(Bruno D’Amore)*

Bernardo García Quiroga¹
bgarciaquiroga@hotmail.com

Recibido: 5 de abril de 2013. Aceptado: 15 de mayo de 2013

Resumen

El presente artículo, tiene como propósito presentar los componentes de la competencia matemática y, a partir de ellos, proponer los componentes de un modelo teórico a priori para contribuir a movilizar las competencias matemáticas de los estudiantes, focalizados en el aprendizaje de objetos matemáticos. Es decir, se trata de aportar elementos teóricos y metodológicos, para orientar y valorar la actividad matemática de aprendizaje, los procesos matemáticos y sus niveles de complejidad creciente, como camino al desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Estos desarrollos sintetizan nuestro trabajo de investigación de los últimos tres años.

Palabras clave: Actividad matemática de aprendizaje, Competencias matemáticas, Niveles de complejidad, tareas y Procesos matemáticos.

Abstract

This article aims to present the components of mathematical competence and, from them, to propose the components of a theoretical model to help mobilize the students' math skills, focused on learning mathematical objects. That is, it seeks to provide theoretical and methodological elements to guide and assess learning mathematical activity, mathematical processes and levels of increasing complexity, as a way to

¹ Profesor titular Universidad de la Amazonia, Maestría Ciencias de la Educación, énfasis en Didáctica de las Matemáticas. Magister en Educación, UPN. Doctor en Ciencias Pedagógicas (Cuba).

develop students' math skills. These developments synthesize our research of the past three years.

Key Word

Activity learning math, math skills, levels of complexity, mathematical tasks and processes.

INTRODUCCIÓN

El impacto de las matemáticas en la sociedad ha tenido gran transcendencia y actualmente es una de las disciplinas con gran proyección a futuro dadas sus múltiples aplicaciones. De esta manera, teniendo en cuenta que las competencias están asociadas a la capacidad de afrontar problemas en actividades significativas y complejas por parte del estudiante, se considera relevante el estudio de las competencias matemáticas y por ende en el presente artículo se presenta una aproximación a los elementos de un modelo teórico a priori.

En consecuencia, este documento se organiza en torno a los siguientes tres problemas didácticos:

¿Qué aspectos están presentes en la competencia matemática?,

¿Cuál es la estructura de la competencia matemática y cómo reorganiza la actividad matemática de aprendizaje?,

¿Cuáles serían los componentes de un modelo teórico a priori para movilizar las competencias matemáticas del estudiante?.

Finalmente, se presenta una propuesta de elementos del modelo teórico a priori para la movilización de competencias matemáticas en el estudiante.

I. ¿Qué aspectos están presentes en la competencia matemática?

De acuerdo con lo planteado por D'Amore, Godino y Fandiño (2008), se asumen los siguientes aspectos:



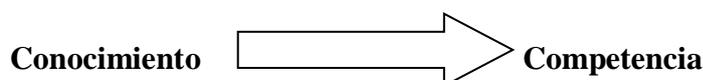
1. La competencia como concepto *complejo y dinámico* implica:
 - Complejo porque aborda dos componentes: El componente de uso (exógeno, externo, consciente, intencional y contextualizado) y el componente de dominio (endógeno), requiere elaboración cognitiva y creativa. Hace referencia a los contenidos matemáticos.
 - Dinámico: porque, además de los aspectos anteriores, comprende factores metacognitivos: voluntad, deseo de saber y de usar los conocimientos, de aumentar la propia competencia, de valorar la calidad de su aprendizaje, la de sus compañeros y el rol del profesor. (D'Amore, Godino y Fandiño, 2008, p. 11-12)

2. La competencia asociada a la capacidad de afrontar problemas y actividades significativas y complejas por parte del estudiante, razón por la cual, debe ser adscrita al estudiante, es decir, al aprendizaje y no al docente. Por tanto, la competencia no se adscribe a las prácticas de enseñanza y por ello, no tiene sentido hablar de enseñar por competencias, pues esta es el macro-objetivo didáctico general, cuyo fin último involucra, además de lo cognitivo, lo afectivo y lo actitudinal del sujeto. Esta potencialidad de la competencia la ubica más allá de los contenidos disciplinares, pues su naturaleza no es puramente disciplinaria. (D'Amore, Godino y Fandiño, 2008, p. 29 y 33). Teniendo en cuenta lo mencionado, se considera más preciso hablar de enseñar *para* el desarrollo de competencias.

3. La competencia matemática, se evidencian tres aspectos: El cognitivo: conocimiento de la disciplina, el afectivo: disposición, voluntad, deseo de actuar y la tendencia a la acción: persistencia, continuidad, dedicación, uso social. (D'Amore, Godino y Fandiño, 2008, p. 44)

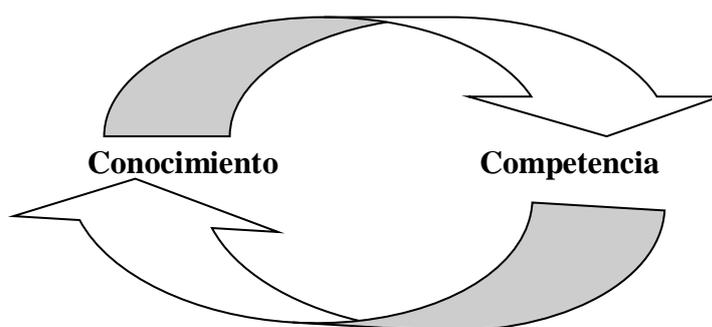
En consecuencia, esta caracterización de la competencia matemática la instala en el concepto de formación, más que en el de instrucción. Por tanto, el profesor debe estimular la movilización de la competencia matemática en la perspectiva de contribuir para que el estudiante sea competente con las matemáticas no solo como estudiante, sino especialmente, como ciudadano que vive y se desarrolla en un contexto sociocultural concreto e histórico.

4. La filosofía de las matemáticas que subyace a las competencias es de naturaleza *pragmática* y, por tanto, se distancia de las corrientes realistas centradas en la metáfora de la “adquisición” (Sfard, 2008) y en el transfer cognitivo (relación causal). Como se presenta en el siguiente esquema:



De esta manera, una teoría pragmática asume que todo aprendizaje es necesariamente situado y que la competencia se moviliza en el uso social y, por tanto, es la situación y la pragmática de uso (en forma simultánea) lo que determina la construcción del conocimiento y el desarrollo de competencia matemática por parte del estudiante.

Por lo tanto, el uso y el contexto sociocultural dan sentido a los conceptos, por ello, conocimiento y competencia se construyen simultáneamente en la misma acción en forma complementaria, en una relación de recíproca influencia. Esta relación se presenta en el siguiente esquema (D'Amore, et al, 2008, p.47):



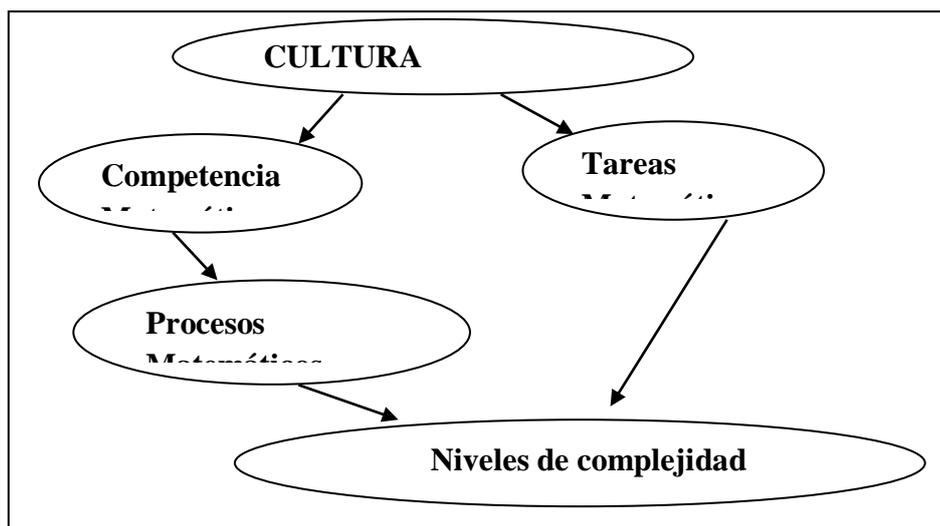
II. ¿Cuáles es la estructura de la competencia matemática y cómo reorganiza la actividad matemática de aprendizaje?

En aras de abordar este problema, se asumen como referente central fue el Dr. Horacio Solar (2009) y su tesis doctoral, que si bien es cierto, el autor aborda la competencia matemática desde la enseñanza, desde el trabajo con profesores de matemáticas, se retoman sus planteamientos desde la perspectiva del aprendizaje, es decir, en lo relacionado al trabajo con estudiantes. De esta manera, sus aportes se focalizaron en los siguientes aspectos:



1. *La propuesta de un modelo de competencia.* Se llega a este modelo, luego de abordar, la siguiente pregunta: ¿De qué manera se adquieren las competencias matemáticas? y otras preguntas derivadas de esta: ¿Qué componen las competencias? ¿Cómo progresan las competencias matemáticas? ¿De qué manera se relacionan los contenidos con las competencias matemáticas? (Solar, 2009, p. 13). Estas preguntas se instalan en el marco de un problema que el autor focaliza en el docente: “...entre los profesores existe una sensación de carencia de herramientas para desarrollar competencias en el aula...”. Consideramos que las preguntas y la sensación de carencia de la que habla el autor, representan una buena síntesis de los problemas didácticos de los profesores de matemáticas; son los problemas que movilizaron a nuestros estudiantes de maestría, profesores de planta de instituciones educativas en el nivel básico y medio.

En consecuencia, asumir estos problemas, condujo al autor, a plantear un modelo de competencia matemática que fuera útil, tanto para planificar una secuencia didáctica, como para analizar su desarrollo en el aula de matemáticas. Este modelo se presenta en el siguiente gráfico:



- *Modelo de competencia matemática*, de acuerdo con Solar (2008, p. 57), este modelo es la estructura o estrategia articuladora entre las expectativas de aprendizaje (objetivos específicos) y las competencias, en esta medida, Rico y Lupiañez (2008), lo asumen como la articulación entre las expectativas de aprendizaje en el corto plazo y las expectativas de aprendizaje en el mediano y largo

plazo (las competencias). Esta propuesta de articulación de aprendizajes, es de extraordinaria importancia y utilidad a la hora de organizar la secuencia didáctica en el aula como se explicará más adelante. Por ello, su aporte y orientación teórica a nuestro foco de investigación (desarrollo de la competencia matemática del estudiante) se hizo mucho más específico.

Al respecto, Solar (2009) precisa como componentes de la competencia matemática: *Las tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de complejidad*. Teniendo en cuenta lo mencionado, y de acuerdo con este autor y con Rico y Lupiañez (2008), se concibe como *tarea* asociada al dominio matemático, a los contenidos o nociones matemáticas que se abordan en una clase o actividad matemática, todas las tareas matemáticas se diseñan y proponen por parte del profesor, se adscriben a su rol en la clase; por tanto, se asocian a expectativas de aprendizaje a corto plazo (objetivos de la clase, de la unidad, etc.) formulados para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una característica básica de las tareas es su complejidad creciente, es decir, que de manera progresiva, el estudiante requiere desarrollar procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas, en la medida que avanza en el conocimiento de los contenidos o nociones matemáticas.

Adicionalmente, se considera la *actividad matemática de aprendizaje*, como un concepto central articulado a las tareas que el profesor diseña y propone a los estudiantes. La actividad matemática de aprendizaje, Solar (2009, p. 69), la adscribe al estudiante, es decir, el estudiante desarrolla actividad matemática resolviendo tareas que el profesor diseña y propone. Los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar los estudiantes.

En lo concerniente a los *procesos matemáticos*, se considera que cada competencia matemática se compone de procesos matemáticos (Solar, 2009, p. 56). Estos procesos son consustanciales con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde siempre: resolución y planteamiento de problemas, razonar, comunicar, modelizar, representar, argumentar, demostrar, calcular, visualizar, etc., han estado siempre en los currículos de



matemáticas (ver, por ejemplo, Lineamientos curriculares de Matemáticas, 1998, p. 74). No obstante, en el proceso de movilización de competencias matemáticas del estudiante, hay una novedad en la forma como se asume este componente: los procesos no son subalternos de los contenidos, como tradicionalmente ocurría.

De lo contrario, solo es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo, es decir, que una adecuada comprensión por parte del profesor de matemáticas, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será de mucha utilidad en el proceso de desarrollo de competencias de los estudiantes.

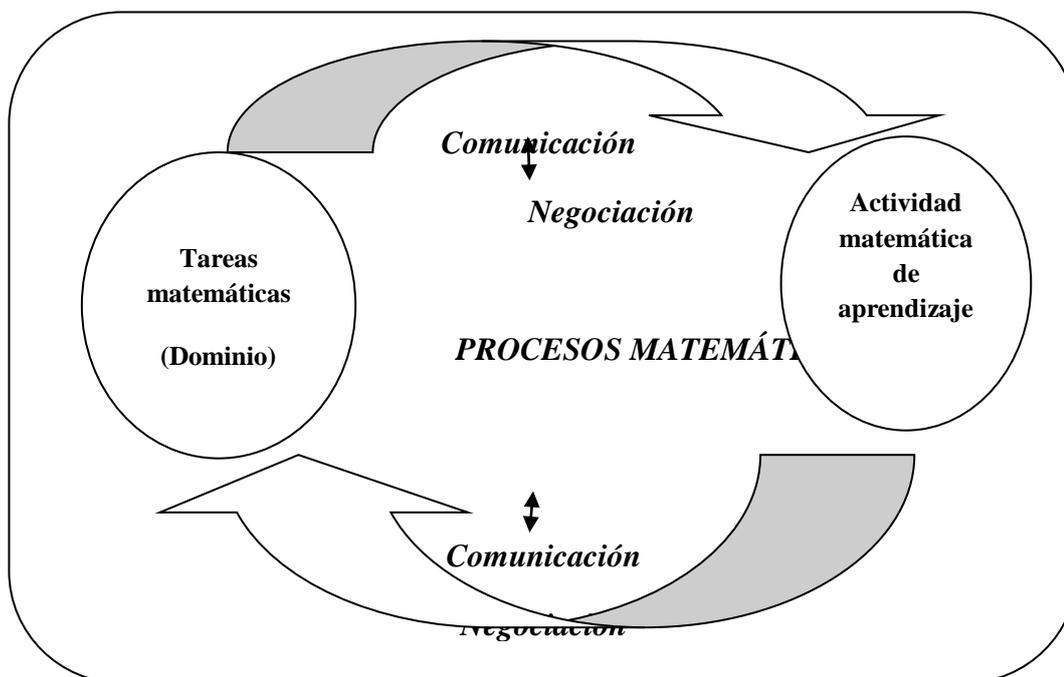
Segun Solar, tareas y procesos implican desarrollo y crecimiento en la riqueza cognitiva del estudiante, se basan en conocimientos y actuaciones. No obstante, los procesos matemáticos movilizan diversos conocimientos y una mayor riqueza cognitiva, pues se ponen en juego cuando el estudiante aborda tareas complejas en situaciones complejas. (Ibid, p. 57). Por lo tanto, el estudiante se involucra en procesos matemáticos cuando resuelve tareas matemáticas.

Esta relación entre tareas, procesos y actividad matemática del estudiante, ha tenido para nuestra investigación mucha utilidad didáctica, pues permite generar interacción comunicativa en el aula, entre profesor - estudiante y estudiante – estudiante, en el complejo proceso de construir el *significado matemático compartido* para el desarrollo de procesos que contribuyan a elaborar soluciones y a *negociar el desarrollo de los significados compartidos* entre profesor y estudiante (Bishop, 2005). Algunas razones:

- El docente diseña, propone y comunica las tareas matemáticas al estudiante, lo orienta y asesora.
 - El estudiante hace actividad matemática resolviendo tareas, desarrolla procesos matemáticos que le permiten comunicar, con argumentos matemáticos, el proceso y el producto de su actividad, la valoración de la calidad de estos procesos, de su rol en el grupo, de las dificultades y de los avances. Es decir, moviliza procesos de riqueza cognitiva, pero además, de naturaleza metacognitiva, afectiva y volitiva.
-

- Esta interacción en el aula es un elemento sustancial en nuestra investigación, pues no se trata de clasificar al estudiante a la manera de las pruebas masivas. Se trata de desarrollar en la clase *interacción* entre los sujetos del proceso de enseñanza y aprendizaje para movilizar las competencias matemáticas del estudiante resolviendo problemas significativos de su contexto sociocultural.

El siguiente esquema ilustra los anteriores planteamientos:



En cuanto, *los niveles de complejidad de la competencia matemática* el autor los asocia a la complejidad de las tareas como a la de los procesos que se requieren para resolverla. Entonces, la actividad matemática del estudiante tendrá un mayor o menor nivel de complejidad, según sean las tareas y los procesos matemáticos que deba desarrollar.

En este componente de la competencia, al igual que el autor, asumimos los niveles de complejidad de la competencia adoptados en PISA (2003, 2004): *reproducción, conexión y reflexión*. Estos niveles han sido asumidos por nuestra investigación, de la mano de Rico y Lupiañez (2008), PISA (2003, 2004), (Mora y Rosich, 2011) y Solar (2009) de la siguiente manera:



- *Reproducción:* en este nivel la expectativa de aprendizaje se focaliza en reproducir un determinado procedimiento rutinario (único) sin necesidad de relacionar datos; requiere el conocimiento de hechos, representación de problemas comunes, reconocimiento de propiedades y objetos matemáticos familiares, aplicación de algoritmos y realización de cálculos habituales. Es el nivel mínimo, se relaciona con el tipo de respuesta.
- *Conexión:* este nivel se relaciona con el tipo de solución que el estudiante da a la tarea. Se apoya sobre las capacidades requeridas en el nivel de reproducción. Si el estudiante interpreta la información, identifica los elementos y conceptos matemáticos que se requieren para resolver el problema, propone más de una solución, articula procesos que orientan hacia la respuesta, utiliza más de una representación semiótica del objeto matemático y hace conexión de procesos cada vez menos rutinarios, sin dejar de ser familiares, su nivel de desempeño se ubica en el grupo de conexión.
- *Reflexión:* este nivel se relaciona con el tipo de estrategias de solución que el estudiante utiliza, los procesos que emplea para resolver el problema. El estudiante propone nuevas estrategias de solución y las aplica en escenarios más complejos y nuevos, explora nuevas vías de trabajo, emplea la heurística y comunica en forma verbal y escrita sus argumentos matemáticos. Este nivel implica producción y utilización del pensamiento creativo para resolver el problema (Goñí, 2008, p. 133).

Estos niveles de complejidad de las competencias matemáticas se utilizaron como elementos para la formulación de un modelo a priori para aplicar en la primera fase de nuestra investigación. Ello introduce el tercer problema que abordará la conferencia.

III. ¿Cuáles serían los componentes de un modelo teórico a priori para movilizar las competencias matemáticas del estudiante?

En el abordaje de este problema, se asumieron como referentes a: L. Rico y J. L. Lupiáñez (2008), L. Mora y N. Rosich (2010) y J. M. Goñí (2008).

Como ya se planteó, la competencia matemática se adscribe al estudiante, es decir, al aprendizaje; por ello, el propósito de la primera fase de la investigación fue caracterizar el nivel de competencia matemática de los estudiantes, contribuir a establecer la calidad

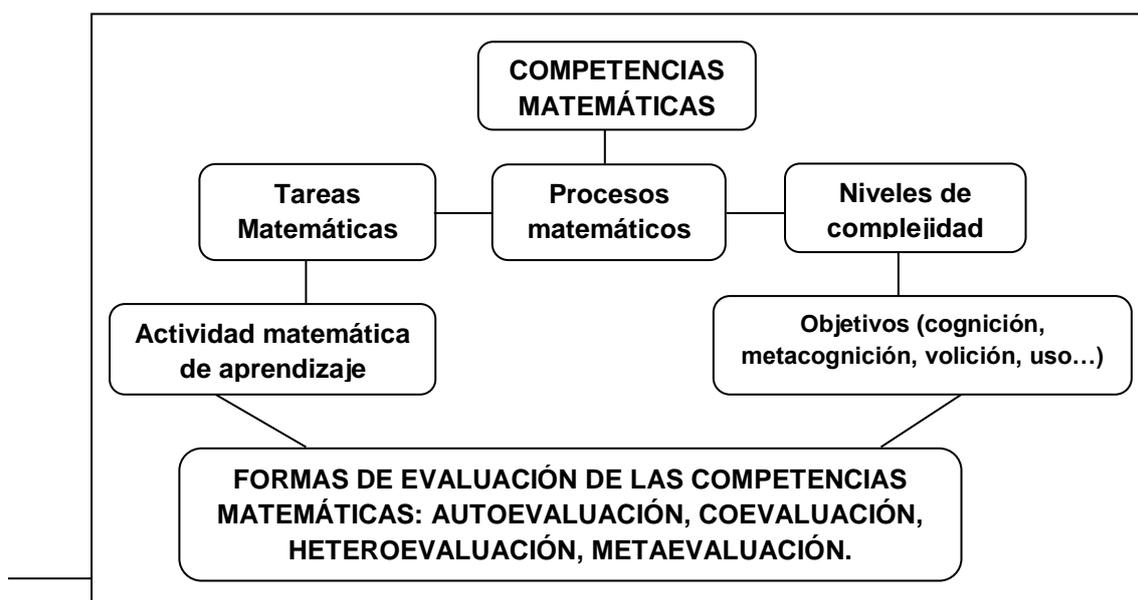
de su participación y su discurso (aprendizaje) en actividades matemáticas, resolviendo problemas y tareas matemáticas contextualizadas. Ello nos condujo a la necesidad de formular un *modelo teórico a priori* para orientar dicha caracterización.

Propuesta de elementos del modelo teórico a priori para la movilización de competencias matemáticas en el estudiante.

En pro de “entrar” al aula, fue necesario un largo proceso de reflexión y discusión, que permitió generar orientaciones didácticas, focalizadas en los siguientes aspectos del modelo:

1. El propósito central del modelo es articular la perspectiva curricular y didáctica. De forma específica, se trata de articular las tareas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad de la competencia, con la actividad matemática de aprendizaje del estudiante. El modelo, entonces, es la herramienta didáctica para organizar la secuencia didáctica que permita planificar las tareas matemáticas, plantear los procesos matemáticos que el estudiante debe desarrollar a medida que avanza por los niveles de complejidad de la competencia, presentes en las tareas y los procesos. Esta actividad matemática de aprendizaje, debe arrojar evidencias de las capacidades que el estudiante pone en juego durante el desarrollo de procesos matemáticos y resolución de tareas.

En este marco, el modelo contribuye a la articulación didáctica de las expectativas de aprendizaje a corto plazo (los objetivos de las tareas y los procesos) con las expectativas de aprendizaje a largo plazo (las competencias). El siguiente esquema es una síntesis de los elementos del modelo.





2. La valoración de la actividad matemática de aprendizaje. Este es, sin duda, el aspecto más complejo, la evaluación. La complejidad radica esencialmente en:

a) La concepción y estructura de las competencias matemáticas. Como ya se planteó, los aspectos cognitivos, volitivos, metacognitivos, actitudinales y de uso social de la competencia, deben ser asumidos como objetos de evaluación.

b) El tipo o los tipos de evaluación que se deben implementar. En un enfoque por competencias, la evaluación no se agota en la clásica heteroevaluación del profesor, centrada en lo cognitivo. Por ello, se abordó este problema desde dos perspectivas:

Para la evaluación de lo cognitivo focalizada en los niveles de complejidad se asume lo propuesto por Niss (2002) y aplicados por la OCDE en las pruebas PISA (2006). No obstante, se reitera que nuestra investigación toma distancia de las pruebas masivas, por tanto, no se hará “clasificación” del estudiante. Se optó por la interacción en el aula y, en lo cognitivo, se priorizará la caracterización del nivel de complejidad de la competencia y de la calidad de los procesos matemáticos del estudiante. Se eligió el siguiente instrumento como apoyo al proceso (Mora y Rosich, 2010):

| Competencias | Objetivos | Actividad | Tipo de respuesta (reproducción) | Según la solución (conexión) | Estrategias de solución (Reflexión) |
|--------------|-----------|-----------|----------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| | | | | | |

En cuanto a la evaluación de los aspectos metacognitivos, volitivos, y de uso social de la competencia, este estudio se respalda en el enfoque *socioformativo* de Tobón (2010) y en su propuesta de secuencia didáctica. Igualmente, de este autor adaptamos su propuesta de instrumento siguiente:

| | | |
|--------------------|---|----------------------|
| ACTIVIDADES | Evaluación de lo volitivo, afectivo, actitudinal y de uso social de la competencia | METACOGNICIÓN |
|--------------------|---|----------------------|

| Actividad del docente | Actividad matemática de aprendizaje | Objetivos | Criterios | Indicadores | Autorregulación (planifica, controla, evalúa, autoevalúa, coevalúa) |
|-----------------------|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------|---|
|-----------------------|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------|---|

En consecuencia, las formas de evaluación asumidas comprenden procesos de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación. Estas formas permiten que el estudiante ejerza la autocrítica (autoevaluación) de su actividad matemática y de la calidad de sus procesos; que valore la calidad de los procesos de sus compañeros y el rol del profesor (coevaluación); además, que su actividad matemática sea objeto de valoración (heteroevaluación) y se haga en la clase la evaluación de esta evaluación que hace el profesor (metaevaluación).

Actualmente, profesores y estudiantes de la primera cohorte de la maestría, énfasis en didáctica de las matemáticas, desarrollan la intervención didáctica con un grupo de estudiantes de educación básica y media. Las competencias matemáticas que se caracterizan con apoyo del modelo, son: Plantear y resolver problemas, Pensar y Razonar, Representar, Modelizar y Comunicar. Estas competencias están asociadas al aprendizaje de los siguientes objetos matemáticos respectivamente: la mediana, la media, la función lineal, la función cuadrática, el triángulo y la circunferencia.

Una vez establecida la caracterización de cada una de estas competencias matemáticas, se iniciará la segunda fase de la investigación que consiste en formular una propuesta didáctica que ayude a resolver los problemas establecidos en el diagnóstico. Desde luego que una parte importante de esta propuesta la constituye el modelo teórico a priori ya aplicado en la primera fase. La fase final de la presente investigación está planeada para la aplicación, monitoreo y evaluación de la propuesta didáctica construida en la fase anterior.

Finalmente, se trata de poner a prueba esta propuesta, aplicarla en el aula y en situaciones concretas de movilización de competencias matemáticas a partir de aprendizajes de objetos matemáticos específicos. Se aspira en el 2015 presentar los



resultados finales de investigación en un libro que se presentará a la comunidad de educación matemática nacional.

A manera de conclusión: Los argumentos anteriores resumen el camino recorrido en los últimos tres años de investigación de nuestro grupo de investigación (profesores y estudiantes). Los avances en el mayor conocimiento del objeto de investigación (las competencias matemáticas y los objetos matemáticos asociados), en su complejidad creciente, son una muestra de la progresiva consolidación del equipo de investigación en torno a un objeto de estudio nuevo en la investigación en didáctica de las matemáticas que, sin duda, se consolidará como un reto contemporáneo y complejo para esta disciplina científica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bishop, A.J. (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática: Universidad del valle.
- D'Amore, B. (2005). Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática. México: Reverté S.A.
- D'Amore, B., Godino, J. y Fandiño, M. (2008). Competencias y Matemática. Colombia: Bogotá, Magisterio.
- Gañ Zabala, J.M. (2009). El desarrollo de la competencia matemática. Barcelona: Editorial Grao.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Lineamientos curriculares para la educación básica. Matemáticas. Santafé de Bogotá, Colombia.
- Mora C, L., Rosich, N. (2011). Las actividades matemáticas y su valor competencial. Un instrumento para su detección. En Revista Números, Vol.76. Barcelona.
- OCDE. (2003). Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas. Paris: OCDE.
- OCDE. (2005). La Definición y Selección de Competencias Claves. Resumen Ejecutivo. OCDE. Descargado el 25 de Junio de 2008 desde www.deseco.admin.ch. Barcelona.
- Rico, L. y Lupiañez Gómez, J. L. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editorial.
- Sfard, A. (2008). Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional. Santiago de Cali: Programa editorial Universidad del Valle.
-

- Solar, H. (2009). Competencias de modelización y argumentación en interpretación de graficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso. (Tesis Doctoral inédita).
- Tobón, S., Pimienta, J. y García, J. A. (2010). Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias. México: Pearson educación.

SÍNTESIS DEL CURRÍCULUM VITAE

BERNARDO GARCÍA QUIROGA

CC: 17629527

Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Central de Ciencias Pedagógicas de la Habana, Cuba; Magister en Educación con énfasis en Evaluación y desarrollo Educativo Regional, Universidad Pedagógica Nacional; Licenciado en Ciencias de la Educación, con especialidad en Matemáticas y Física, Universidad Surcolombiana, Regional Florencia (Caquetá), Profesor Titular de la Universidad de la Amazonia, miembro del grupo de investigación “Desarrollo Institucional Integrado”. Par evaluador de Colciencias. Autor y coautor de artículos publicados en revistas indexadas, de libros y capítulos de libros, conferencista y ponente en eventos científicos nacionales e internacionales. Vicerrector Académico de la Universidad de la Amazonia. Secretario de Educación y Cultura del Departamento del Caquetá. Profesor investigador de la maestría en Ciencias de la Educación, Énfasis en Didáctica de las Matemáticas, Universidad de la Amazonia.
