

## Artículo de investigación

# Representaciones Semióticas del Concepto de Ecuación Lineal con una Variable a partir de la implementación de un juego didáctico

Semiotic Representations of the Concept of Linear Equation with a Variable from the implementation of a didactic game

Representações semióticas do conceito de equação linear com uma variável a partir da implementação de um jogo didático

Fecha de recepción: 7 de noviembre de 2017 / Fecha de aceptación: 29 de diciembre de 2017

Escrito por: Lenny Navia Ordóñez<sup>24</sup>

## Resumen

Las ecuaciones lineales con una variable juegan un papel importante en el estudio de las matemáticas ya que su aplicación permite resolver no solo algunos problemas matemáticos, sino también situaciones que se plantean en otras ciencias y que pueden ser representados mediante una o varias ecuaciones. Estas permiten transformar el lenguaje verbal en otros tipos de lenguaje a partir de las representaciones semióticas en razón a que los objetos matemáticos no son tangibles. La unidad de análisis de esta investigación fue el tratamiento y conversión de representaciones semióticas del concepto de ecuación lineal con una variable que realizaron diez estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Técnica Miguel Zapata, ubicada en el corregimiento de El Plateado, municipio de Argelia Cauca. En este sentido, el presente artículo producto de un trabajo de investigación en el marco de la Maestría en Didáctica de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales, expone los resultados de dos de las actividades realizadas a través de la aplicación de una unidad didáctica. Su descripción es de tipo cualitativo y su análisis se basa en la teoría de representaciones semióticas de Duval (1999), cuyo objetivo fue identificar qué tipos de representación utilizan los estudiantes, las conversiones y tratamientos que hacen de las

## Abstract

Linear equations with a variable play an important role in the study of mathematics since their application allows solving not only some mathematical problems, but also situations that arise in other sciences and that can be represented by one or more equations. These allow to transform the verbal language in other types of language from the semiotic representations because the mathematical objects are not tangible. The unit of analysis of this research was the treatment and conversion of semiotic representations of the linear equation concept with a variable that ten ninth grade students from the Miguel Zapata Technical Educational Institution, located in the village of El Plateado, municipality of Argelia Cauca, carried out. . In this sense, the present article product of a research work within the framework of the Master in Science Didactics of the Autonomous University of Manizales, exposes the results of two of the activities carried out through the application of a didactic unit. His description is qualitative and his analysis is based on the theory of semiotic representations of Duval (1999), whose objective was to identify what types of representation students use, the conversions and treatments they make of them, using them as a facilitator of the learning a parqués of

<sup>24</sup> Lic. en Matemáticas, Universidad del Cauca; Mg. en Didáctica de las Ciencias, Universidad Autónoma de Manizales, docente Secretaría de Educación Departamental del Cauca, email lenny556@hotmail.com





mismas, usando como medio facilitador del aprendizaje un parqués de ecuaciones construido por los mismos actores de la investigación.

**Palabras claves:** Ecuaciones, representaciones semióticas, tratamiento, conversión, juego, aprendizaje.

### Resumo

As equações lineares com uma variável desempenham um papel importante no estudo da matemática, pois sua aplicação permite resolver não só alguns problemas matemáticos, mas também situações que surgem em outras ciências e que podem ser representadas por uma ou mais equações. Isso permite transformar a linguagem verbal em outros tipos de linguagem das representações semióticas porque os objetos matemáticos não são tangíveis. A unidade de análise desta pesquisa foi o tratamento e conversão de representações semióticas do conceito de equação linear com uma variável que realizou dez alunos da nona série da Escola Educacional Técnica Miguel Zapata, localizada na aldeia de El Plateado, município de Argelia Cauca. . Nesse sentido, o presente artigo produto de um trabalho de pesquisa no âmbito do Mestrado em Didática da Ciência da Universidade Autônoma de Manizales expõe os resultados de duas das atividades realizadas através da aplicação de uma unidade didática. Sua descrição é qualitativa e sua análise baseia-se na teoria das representações semióticas de Duval (1999), cujo objetivo era identificar quais os tipos de representação que os alunos usam, as conversões e tratamentos que eles fazem deles, usando-os como facilitador da aprendendo parques de equações construídas pelos mesmos atores da investigação.

**Palavras-chave:** Equações, representações semióticas, tratamento, conversão, jogo, aprendizagem.

### Introducción

Los procesos de aprendizaje en las diferentes disciplinas del conocimiento se han convertido en uno de los temas de interés en la educación, en particular, el aprendizaje de las matemáticas, donde históricamente diferentes científicos han prestado su atención, lo cual ha generado la construcción de numerosas teorías que desde distintos campos de acción pretenden explicar aspectos complejos que contiene esta área del saber.

Si bien es cierto que la calidad de la educación no se mide exclusivamente por los resultados de pruebas estandarizadas, como lo es el caso de las pruebas Pisa, los hallazgos en Colombia indican la existencia de falencias tanto en aspectos pedagógicos como también normativos. De acuerdo a opiniones expresadas por expertos, los bajos rendimientos en matemáticas se relacionan con factores como la formación y actitud de los maestros, uso de métodos pedagógicos inapropiados, poca comprensión lectora, prácticas de facilismo como una cultura del atajo, elementos normativos como la promoción automática que estuvo vigente hasta el año 2009, mitos frente a las matemáticas como una ciencia compleja, influencia familiar y la falta

equations constructed by the same actors of the investigation.

**Keywords:** Equations, semiotic representations, treatment, conversion, game, learning.

de docentes que es una constante en los territorios rurales, situación en la cual los estudiantes no cuentan con orientadores de matemáticas durante largos periodos de tiempo.

En este sentido, son múltiples los factores que pueden estar asociados con el bajo rendimiento en matemáticas, por lo cual es importante proponer nuevas metodologías de enseñanza para esta área fundamental en búsqueda de mejorar las capacidades de comprensión en los estudiantes. Por consiguiente, es necesario que dentro de la práctica pedagógica investigativa esté involucrada la didáctica de las matemáticas para que el estudiante logre adaptarse a nuevos conocimientos y construya su propio edificio de saberes de la mejor manera posible, de modo que se despierte en ellos el pensamiento matemático.

En el caso de esta área fundamental, según los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, se pueden diferenciar cinco tipos de pensamientos en los cuales está incluido el pensamiento variacional. Este último “tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la

identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 1998, p.21) y se desarrolla en estrecha relación con los pensamientos numérico, espacial, métrico y aleatorio. El estudio de la variación y los patrones de cambio está relacionado con conceptos como constante, variable, función, dependencia entre variables y distintos patrones de modelación.

Así, las ecuaciones lineales con una variable (en adelante E.L.C.U.V.) juegan un papel importante en el estudio de las matemáticas ya que su aplicación permite resolver no solo algunos problemas matemáticos, sino también de otras ciencias que pueden ser representados mediante una o varias ecuaciones. Estas permiten transformar el lenguaje verbal en lenguaje algebraico, lo cual facilita la interpretación, comprensión y solución de un problema en la mayoría de casos. Por ejemplo, una ecuación lineal con una variable puede ser útil para solucionar problemas de porcentaje, compras, punto de equilibrio de venta de un producto, balance de raciones, cálculo de perímetro, área y volumen de figuras geométricas, egresos y gastos de un negocio y principalmente en actividades del ser humano relacionadas con el sector económico y empresarial para determinar valores de inversión y ganancias que se aspira obtener.

Además, las investigaciones sobre este objeto matemático muestran ser uno de los temas de interés constante para la comunidad científica, los cuales pretenden establecer o proponer distintas estrategias o metodologías para contrarrestar la resistencia de algunos estudiantes frente al trabajo con ecuaciones, sobre todo aquello que les causa dificultad en la comprensión, aplicación y solución de un problema matemático o de cualquier otra ciencia. Por esta razón, autores como Erazo & Ospina (2013), Londoño, Muñoz & Jaramillo (2010), Arenas (2013), Macías (2014), Benites (2009), Salvador (2002), entre otros, indican resultados a favor del estudio de las ecuaciones con el fin de mostrar su interés por el saber, la enseñanza y el aprendizaje, de tal manera que puedan relacionarse para identificar y superar las dificultades en la comprensión ojalá de manera transversal con otras áreas de la ciencia. Bajo esta perspectiva, el siguiente documento presenta parte de los resultados del trabajo de

investigación titulado **“Tratamiento y Conversión de las Representaciones Semióticas del Concepto de Ecuación Lineal con una Variable”**, el cual fue desarrollado en el marco de la Maestría en Didáctica de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales.

El referente teórico de esta investigación se enmarca en la teoría semiótica de las representaciones propuesta por Duval (1999), el cual permite comprender cómo se da la conceptualización de los objetos matemáticos, de qué manera intervienen las actividades cognitivas de formación, tratamiento y conversión entre representaciones semióticas del concepto debido a que el acceso a los objetos matemáticos (números, funciones...) pasa necesariamente por las representaciones semióticas, teniendo en cuenta que no se debe confundir nunca el objeto matemático y su representación, ya que este puede tener diferentes representaciones de las que uno ve (Duval, 2008, p.17). Por consiguiente si esta confusión ocurre, la asimilación del concepto matemático sucede “a partir del registro en el cual se ha formado su representación, lo que no permite la transferencia del objeto a otra representación del mismo” (Ospina, 2012, p. 11).

En este sentido, la investigación buscó identificar, organizar y analizar las dificultades que se presentaron respecto a la transformación de un lenguaje a otro y sus interpretaciones, las cuales son argumentadas en base a la actividad de conversión propuesta por Duval.

Por otra parte, se tuvieron en cuenta bases teóricas cercanas a esta investigación como son Prieto & Vicente (2006) y Macías (2014) quienes trabajan también los registros semióticos y mediante los cuales fue posible identificar, determinar e interpretar que una ecuación lineal con una variable puede ser representada en diferentes registros como son, el registro verbal (mediante lenguaje natural), el registro algebraico (mediante el uso de variables, operadores y símbolos como la igualdad), el registro gráfico (mediante la ubicación de un punto en la recta numérica), el registro aritmético (mediante las operaciones básicas entre números), registro figural (mediante figuras geométricas que apoyan la interpretación de un problema), el registro icónico (símbolos o dibujos) para incorporarlos en el análisis de resultados, de manera que se puedan identificar





y evaluar los registros más utilizados o menos utilizados con el fin de proponer mejoras en el uso de los mismos.

### **Sobre las Representaciones Semióticas**

Los conceptos matemáticos no son objetos reales por lo cual estos no son tangibles y por esta razón pueden considerarse como entes abstractos cuyo funcionamiento requiere de sus distintas representaciones para llevar a cabo su estudio y al mismo tiempo, resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Luego, si no se distingue el objeto matemático (números, funciones, rectas, triángulos, etc.) de sus representaciones (escritura decimal o fraccionaria, gráficos, trazados de figuras, etc.) no puede haber comprensión en matemática, ya que “un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes” (Duval, 1999, p. 13). Por consiguiente, para Duval (1999):

El aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión. (p. 13)

En este sentido, Duval (1999) caracteriza dos tipos de representación centrales, que son, las “representaciones mentales” y las “representaciones semióticas”. Las primeras hacen referencia a “todo conjunto de imágenes y de concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, una situación y aquello que le está asociado”; y las segundas se refieren a “las producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica...) cuyo fin es exteriorizar las representaciones mentales de un individuo para hacerlas visibles o accesibles a los demás” (p. 14).

Las representaciones semióticas no son solo indispensables para fines de comunicación, sino que son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma, ya que al efectuar transformaciones sobre los objetos matemáticos

éstos dependen del sistema de representación semiótico utilizado, lo cual no es posible realizar mediante las representaciones mentales (Duval, 1999). Sin embargo, las representaciones semióticas y las mentales se complementan entre sí para formalizar pensamientos científicos mediante el desarrollo de símbolos determinados para representar los objetos y sus relaciones y es precisamente desde esta actividad donde podrán trabajarse dimensiones cognitivas que más adelante contribuyan a las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y por qué no de otras ciencias.

Hablando un poco sobre la conversión de una representación relacionada científicamente con el aprendizaje de las matemáticas se ha demostrado que “cambiar la forma de una representación es para muchos alumnos una operación difícil e incluso en ocasiones imposible” (Duval, 1999, p. 28). Para el caso particular de esta investigación, podría considerarse que esto sucede con la falta de interpretación de la ecuación lineal como un punto en la recta numérica, el significado de hallar el valor de la variable, la verificación de su resultado en la ecuación original y la tendencia a utilizar un solo registro de representación como el algebraico.

Esto probablemente suceda por lo que menciona Duval (1999) “todo sucede como si para la gran mayoría de los alumnos la comprensión que logran de un contenido quedará limitada a la forma de representación utilizada” (p.28). Por lo tanto, hay que tener especial cuidado con estos aspectos a la hora de enseñar o aprender el concepto de ecuación lineal con una variable.

Continuando con los aportes de Duval (1999), el aprendizaje de los objetos matemáticos es un aprendizaje conceptual en el que quien aprende puede confundir el objeto con su representación, pero la adquisición conceptual del objeto está basado en dos características fuertes: el uso de más de un registro de representación semiótica; y la creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos que constituye un símbolo de progreso de conocimiento. Por consiguiente, es necesario implementar diferentes tipos de representación semiótica para posibilitar la actividad sobre los objetos matemáticos. Adicionalmente, el mismo autor plantea que un sistema semiótico puede ser un registro de representación si permite tres

actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:

1. La presencia de una representación identificable.

2. El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada.

3. La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra con otro tipo registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial. Es decir, con dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones. Por ejemplo, obsérvese la siguiente designación:

$r^m$  = registro semiótico m-ésimo, con  $m = 1, 2, 3, \dots$

$R_i^m(A)$  = Representación semiótica i-ésima ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) de un objeto A en el registro semiótico  $r^m$ .

Aquí, si se produce un cambio de registro semiótico también se modifica la representación semiótica, en cambio, si se produce un cambio de representación semiótica no necesariamente cambia el registro.

Según Duval (1999) “la conversión de las representaciones semióticas constituyen la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de alcanzar para mayoría de los alumnos” (p.46) y entre los aspectos que dificultan esta transformación pueden estar la comprensión de un contenido limitado algunas veces a la representación en que se aprendió, la falta de coordinación entre los registros o el desconocimiento de alguno de los dos registros de representación. Además concluye que no existen reglas de conversión que permitan hacer el paso de un registro a otro, lo cual puede dificultar su realización y manifiesta que la conversión posee dos características, una de ellas hace referencia a la orientación, donde se conoce tanto el registro de partida como el registro de llegada y la otra expresa que la conversión entre registros de representación semiótica puede ser o no congruentes.

Por otra parte, Ospina (2012) afirma que en “los casos donde se favorece el trabajo sobre la conversión se puede ver que el registro de partida más usado es el algebraico, lo que

conduce al estudiante a dar sus respuestas en términos de éste” (p.37); por lo cual, “la preferencia por lo algebraico se debe a la creencia que la prueba algebraica es más aceptada dentro de la matemática que la prueba visual...” Vinner (citado por Ospina, 2012, p.37), dejando de plano la posibilidad de otras formas de interpretación y creación de diferentes formas de representación a partir de las cuales puede ser entendido y resuelto un problema matemático.

De lo anterior, se puede inferir que aquellos conceptos que a veces se asumen fáciles de asimilar realmente poseen aspectos de amplio debate, sobre todo cuando los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje de los mismos. No obstante, en muchas ocasiones se cree que el concepto se encuentra inmerso en la mente de los científicos que han dedicado una vida entera en su estudio; sin embargo de acuerdo con Ospina, (2012) “la construcción del concepto no corresponde solamente a la comunidad científica, cada estudiante también está en capacidad de construir los conceptos matemáticos” (p.41), por lo cual se deduce una vez más que las representaciones son una herramienta fundamental para el estudio de los conceptos matemáticos.

De esta manera, los conceptos se encuentran en constante construcción y este proceso conlleva a reflexionar sobre lo que es un concepto, cómo se da en el estudiante y que actividades debe realizar el docente para promover esta construcción, por lo tanto, es indispensable reconocer el nivel abstracto que poseen las matemáticas, cuyos conceptos son intangibles y seguir investigando en pro de una mejor enseñanza, atendiendo las dificultades que se presentan alrededor de este proceso, reconociendo según los autores mencionados que entre más representaciones semióticas se trabajen para un concepto mejor será su aprendizaje. En este sentido, lo que plantea esta investigación es analizar los tipos de representación generados a partir de la elaboración y aplicación de un parqués de ecuaciones didáctico como medio de apoyo en la transformación, evolución, construcción e interiorización del concepto E.L.C.U.V.

### **El juego en la enseñanza de las matemáticas.**

El juego constituye un aporte en la enseñanza de las matemáticas, por ende lo será también





para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una variable. Existe una variedad de referentes teóricos que convergen en la utilidad que tiene la elección de un buen juego para la enseñanza de un determinado tema. En este sentido, Tamayo (2006) en su investigación "El juego: Un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas" menciona los siguientes aspectos:

La humanidad ha jugado desde siempre, incluso los animales lo hacen, por eso el juego se considera previo a la cultura misma; existen innumerables manifestaciones de esta actividad en sociedades de todos los tiempos y se cuenta con muchas obras de arte donde se aprecian estas manifestaciones lúdicas (p.1).

El juego es una actividad, además de placentera, necesaria para el desarrollo cognitivo (intelectual) y afectivo (emocional) del niño. El juego espontáneo y libre favorece la maduración y el pensamiento creativo. Los niños tienen pocas ocasiones para jugar libremente. A veces, consideramos que "jugar por jugar" es una pérdida de tiempo y que sería más rentable aprovechar todas las ocasiones para aprender algo útil. Por medio del juego, los niños empiezan a comprender cómo funcionan las cosas, lo que puede o no puede hacerse con ellas, descubren que existen reglas de causalidad, de probabilidad y de conducta que deben aceptarse si quieren que los demás jueguen con ellos (p.2).

Con lo anterior, se podría establecer entonces una clara relación entre los elementos materiales del contexto y la construcción que el niño puede hacer acerca de los procesos matemáticos desde una experiencia vivida de manera personal, ya que es lo más natural que existe dentro de esta relación entre el juego y el aprendizaje.

El mismo autor afirma que otros investigadores como Juan Amós Comenio en el siglo XVII, Juan Jacobo Rousseau y Giovanni Pestalozzi en el XVIII y principios de XIX, señalan que para un buen desarrollo del niño, éste debe ser tomado en cuenta en sus

intereses. Es decir, debe tomarse como punto de partida los asuntos que son de interés para el niño y desde allí introducirlo al mágico mundo de las matemáticas y no al contrario como se suele hacer; se lleva al estudiante a un mundo abstracto que no logra contextualizar en sus vivencias personales. Agrega además que "fue especialmente Friedrich Fröbel quien abiertamente reconoció la importancia del juego en el aprendizaje y se interesó por los niños pequeños, estudiando los tipos de juego que necesitan para desarrollar su inteligencia" (Tamayo, 2006, p.2).

Por consiguiente los juegos constituyen un aporte importante en la enseñanza de las matemáticas, por lo cual es necesario elegir el juego que más ayude a potencializar la capacidad de análisis en el estudiante y para este fin no necesariamente se requieren juegos sofisticados o tener lápiz y papel para resolver innumerables problemas matemáticos, pues como lo indica Tamayo (2006), a lo largo de la historia el desarrollo de las matemáticas ha estado plenamente relacionado con el juego y la lúdica y realmente quienes han realizado aportes significativos en esta ciencia han pasado tiempo creando y pensando en los juegos como los acertijos, problemas ingeniosos, rompecabezas geométricos y los cuadrados mágicos, esto como una pequeña muestra de lo que las matemáticas han desarrollado paralela a los juegos que ella misma va generando (Tamayo, 2006). Además, en el juego está la capacidad de innovación a la que recurre el docente para que sus estudiantes logren una mayor comprensión e interiorización de asuntos relacionados con esta área del saber.

En consecuencia, otras razones que sostienen la importancia del uso de los juegos como instrumento didáctico en la enseñanza según Beatriz (citado por Fernández, 2014, p.15, 16) son los siguientes:

- a. Genera una mayor motivación en el estudiante a partir de situaciones atractivas y recreativas.
- b. Permite un mayor desarrollo de habilidades y destrezas, como también una mayor capacidad de análisis.
- c. Desarrolla en el estudiante una mayor capacidad de creación, conduciendo a la búsqueda de diferentes alternativas para hallar solución a un problema. Esto es un asunto importante para que el estudiante entienda que la matemática no es un asunto

rígido sino que permite tomar y/o construir diferentes vías para llegar a una misma respuesta.

- d. Rompe con la rutina de los ejercicios mecánicos logrando así que el estudiante se muestre mucho más interesado por el querer aprender.
- e. Crea en el estudiante una actitud abierta frente al rigor que requieren los nuevos contenidos a enseñar, borrando un poco la imagen de la matemática como una disciplina rigurosa e imposible de comprender.
- f. Permite afianzar conceptos matemáticos previos.
- g. Posibilita un mayor grado de inclusión puesto que a la hora del juego todos están en las mismas capacidades de realizar sus aportes, por tanto se rompe un poco con la monotonía y separación que se hace al tildar estudiantes como buenos o malos. Esto implica que durante el juego se puede tener a estudiantes con ritmos y capacidades de aprendizaje diferentes.
- h. Fomenta en los estudiantes la capacidad de trabajo en equipo, desarrollo de habilidades como el liderazgo, fortalecimiento de la autoestima, la confianza, el respeto y autovaloración.

Estas y quizá muchas más son las ventajas de introducir los juegos como herramientas pedagógicas en el ejercicio educativo. Un aspecto importante que se debe tener en cuenta es que con un mismo instrumento se pueden trabajar diferentes contenidos o que un contenido puede presentarse a través de una secuencia de diferentes juegos. Aquí la flexibilidad es un punto a favor que permite el ajuste de acuerdo a las capacidades y nivel en que se encuentren los estudiantes.

**Diseño de la investigación**

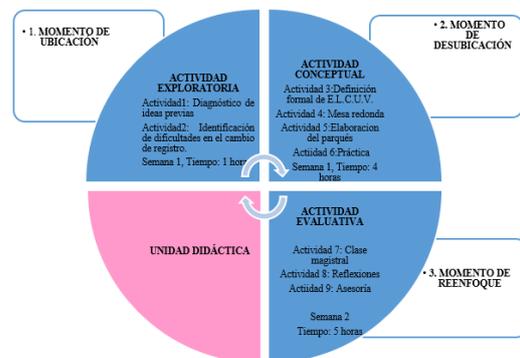
La investigación presentada en este documento es de tipo cualitativo interpretativo que obedece a la descripción y análisis de la información recolectada a través de cuestionarios, fotografías, vídeos, observaciones, participación en clase, en torno al tratamiento y conversión de las representaciones que exponen los estudiantes de forma verbal o escrita alrededor de las actividades desarrolladas para

abordar el concepto de ecuación lineal a partir del parqués de ecuaciones como medio facilitador de aprendizaje.

Como principal referente teórico para la interpretación y análisis de la investigación se tuvo en cuenta la teoría de representaciones semióticas de Duval (1999). Por esta razón, lo primero que se llevó a cabo en este estudio fue la organización de las conversiones y los tratamientos de las representaciones semióticas realizadas por los estudiantes, mediante los cuales fue posible identificar los registros más utilizados y su incidencia para la resolución de problemas cotidianos.

**Metodología**

La investigación fue desarrollada a través del diseño de una unidad didáctica mediante el desarrollo de tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque. El diseño de esta unidad integró la participación autónoma de los estudiantes en el desarrollo de una secuencia didáctica organizada mediante nueve actividades que fueron discutidas a través del control, regulación y evaluación del proceso, con las cuales se buscó potenciar habilidades y capacidades en la resolución de problemas de forma analítica, crítica y propositiva (ver figura 1). Con el desarrollo de las actividades propuestas en cada uno de los tres momentos se realizó la exploración de tratamientos y conversiones que más utilizan los estudiantes en las representaciones del concepto de ecuación lineal con el fin de reconocer el abordaje del concepto, la influencia del juego de parqués y las actividades cognitivas al momento de enfrentarse a los problemas matemáticos planteados en el tercer momento.



**Figura 11: Diseño general de la unidad didáctica sobre E.L.C.U.V. Fuente: Autora 2017**



Particularmente en este artículo sólo se mencionará el desarrollo de las actividades 5 y 6 que se refieren a la elaboración y uso de un juego de parqués, las cuales se desarrollaron de la siguiente manera:

**Actividad 5:** Elaboración del parqués

Cada grupo de estudiantes tuvo que elaborar un parqués de ecuaciones para cuatro jugadores con las siguientes indicaciones:

1. Recortar en un pliego de cartulina un cuadrado de lado 34 cm.
2. Elaborar 6 dados de lado 3 cm.
3. Pintar dos dados de color rosado y escribir en el primero el símbolo igual y en el segundo los operadores suma y resta de forma variada.
4. Los otros cuatro cubos pintarlos de color blanco y escribir en el primero los números del 0 al 5, en el segundo cubo los números del 6 al 11, en el tercer del 12 al 17 y en el último cubo escribir las variables x, y, z, m, n, r.
5. En el tablero de parques colocar 4 ejercicios que tengan que ver con diferentes tipos de representación para que el jugador las resuelva cada vez que se detenga en el sitio donde queden ubicadas.

**Actividad 6:** Práctica con el juego de parqués

Para jugar con el parqués de ecuaciones se organizaron grupos de 4 estudiantes. Luego, cada jugador lanzó según su turno los dados de color rosado con los cuales tenía que plantear una E.L.C.U.V., la cual debió resolver utilizando los dados de color blanco y el puntaje obtenido fue el valor que recorrió con una de las fichas del color asignado en su puesto. El estudiante que primero lograra sacar las cuatro fichas debía encargarse de orientar y apoyar a los demás compañeros del grupo sobre el uso de los dados para resolver las ecuaciones para obtener al final también una nota cuantitativa grupal de la clase. Luego se evaluaron los avances cognitivos y procedimentales que cada uno de los integrantes mostró en el proceso.

Cada grupo resolvió las ecuaciones encontradas en el juego y gracias a ello se pudo presenciar los avances en la solución de E.L.C.U.V. que posteriormente se vieron reflejados en la solución de problemas cotidianos elaborados por cada estudiante.

**Unidad de análisis**

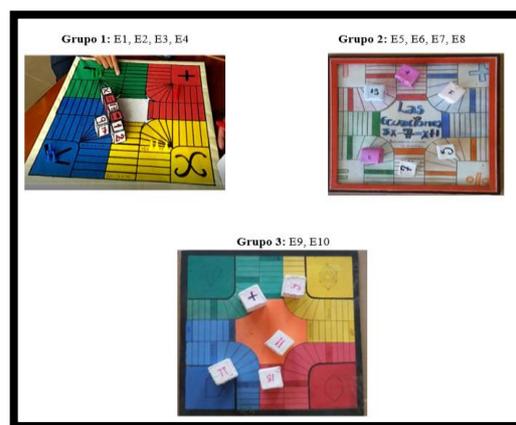
La unidad de análisis de este trabajo fue el tratamiento y conversión de representaciones semióticas del concepto de ecuación lineal con una variable que realizaron los estudiantes de grado noveno en la solución de situaciones propias de este concepto.

**Unidad de trabajo**

Se realizó la investigación con diez estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Técnica Miguel Zapata, cuyas edades oscilan entre 14 y 15 años, los cuales se eligieron al azar. La institución educativa se encuentra localizada en el sur occidente del departamento del Cauca, más concretamente en el corregimiento de El Plateado, Municipio de Argelia.

**Hallazgos respecto al desarrollo de las actividad 5 y la actividad 6**

Se recolectaron imágenes de los juegos de parqués elaborados por cada uno de los tres grupos teniendo en cuenta que cada grupo fue autónomo en decidir y determinar las preguntas, dibujos o ejercicios que consignarían en el tablero de parqués, siempre y cuando se relacionaran con las ecuaciones. Los resultados sobre la cada uno de los parqués realizados por los estudiantes se presentan mediante la figura 2 a partir del registro fotográfico de esta actividad.



**Figura 2. Juegos de parqués didácticos elaborados por los estudiantes. Fuente, Autora, 2017.**

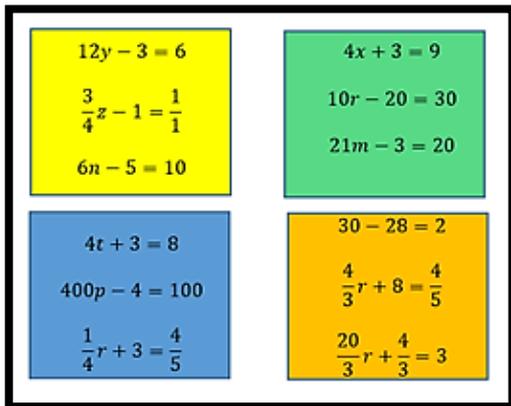
A partir de la elaboración del juego de parqués de ecuaciones se pudo observar que todos los estudiantes representaron algebraicamente en los dados los elementos que

hacen parte del objeto de estudio, tales como la variable; el coeficiente; los operadores (suma, resta, multiplicación o división); y las constantes, es decir las “unidades significantes” Duval (1999, p.74), las cuales se ven reflejadas en las preguntas consignadas dentro del tablero de cada parqués. En este sentido, las representaciones semióticas particulares encontradas en cada trabajo se interpretaron teniendo en cuenta los tipos de registro establecidos por (Macías ,2014).

De esta manera, en el trabajo del grupo I se detectaron registros de tipo algebraico, de lenguaje natural y numérico en el planteamiento de las ecuaciones, los cuales se exponen a continuación:

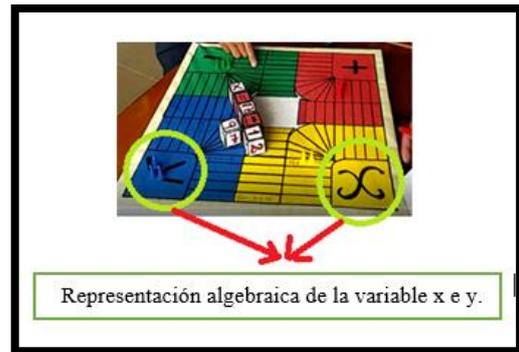
**Representación algebraica:** Se identificaron 12 ecuaciones lineales escritas en lenguaje algebraico como se observa en la figura 4, las cuales hacen parte de las preguntas propuestas al jugador en el recorrido del parqués.

Cada uno de los colores corresponde al color de las casillas y fichas respectivas dentro del juego y que fueron propuestas para que los jugadores respondieran cuando alguna de sus fichas quedaba sobre el renglón al correr la ficha.



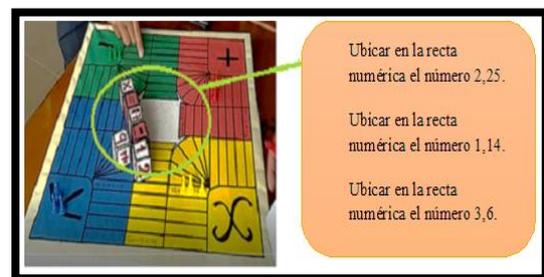
**Figura 3: Representación algebraica de E.L.C.U.V hechas por estudiantes. Fuente, Autora, 2017**

Con respecto al tablero elaborado por el grupo, se observó en las cuatro esquinas del parqués la escritura algebraica de variables y operadores de suma y resta, tal como se muestra en la figura 5.



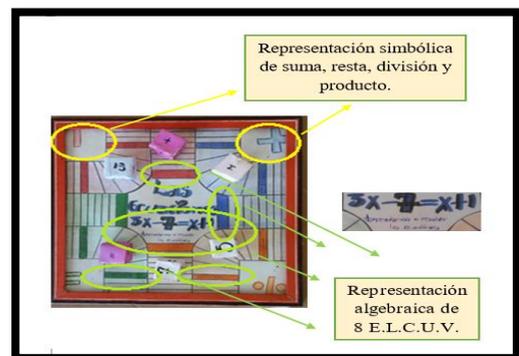
**Figura 4: Representación algebraica de la variable x e y. Fuente, Autora, 2017.**

**Representación en lenguaje verbal y registro numérico:** Se identificaron cuatro preguntas verbales ubicadas en cada una de las casillas de llegada a la meta, las cuales debían ser resueltas por el jugador para poder retirar la ficha del juego. Las preguntas planteadas por los estudiantes estuvieron relacionadas con la ubicación de números en la recta numérica tal como se expone en la figura 5.



**Figura 5: Registros verbales de los estudiantes. Fuente, Autora, Auto 2017.**

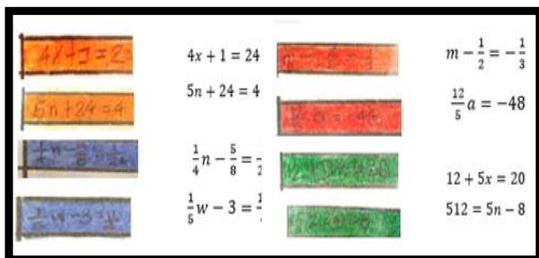
Para el caso del grupo 2 se presentaron registros algebraicos y simbólicos, los cuales pueden verse en la ampliación de la figura 6:



**Figura 6: Registros algebraicos y simbólicos sobre las unidades significantes del objeto. Fuente: Autora, 2017.**

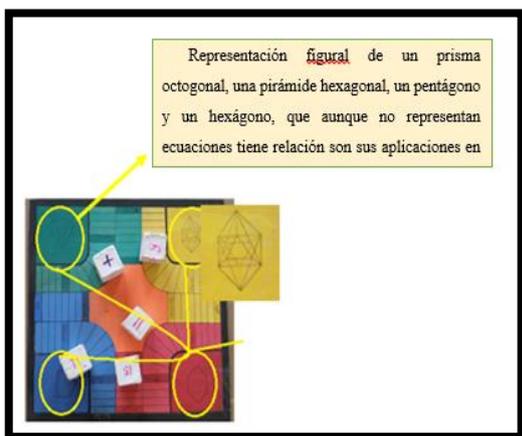


De la misma manera se presentan ocho ecuaciones lineales con una variable propuestas por los estudiantes que indican la presencia de registro algebraico (ver figura 7).



**Figura 7: Registro algebraico de E.L.C.U.V. escritas por los estudiantes. Fuente: Autora, 2017.**

En el trabajo del grupo 3 se observaron registros figurales y algebraicos de algunas figuras geométricas, que si bien no representan ecuaciones, se señalan por tener relación con la aplicación de las ecuaciones en problemas de áreas y/o volumen, donde estas figuras sirven de apoyo para interpretar distintos casos de relación entre sus lados o variables (ver figura 8).



**Figura 8: Registros figurales sobre figuras geométricas dibujados por los estudiantes en el parque. Fuente: Autora, 2017.**

De igual manera, como en los casos anteriores se identificaron además representaciones algebraicas a partir del planteamiento de ecuaciones lineales con una variable en las cuales se combinaron números enteros y números fraccionario, ejercicios que debían ser resueltos en el transcurso del juego cuando uno de los jugadores quedaba ubicado en el lugar en donde estaban escritas las ecuaciones.

Con lo evidenciado anteriormente, la actividad relacionada con la elaboración del juego didáctico se deduce en primer lugar que el registro más utilizado en las preguntas plasmadas en cada parque didáctico fue de tipo algebraico y con poca frecuencia el registro verbal, gráfico, figural y simbólico. En segundo lugar, se observó que las indicaciones de la elaboración del parque fueron claras, concretas y flexibles, lo que permitió obtener trabajos artísticos excelentes, a pesar de que solamente un grupo tuviera en cuenta la representación de un número en la recta numérica. Esto indica que es necesario promover con mayor profundidad la "articulación de representaciones en apoyo al tratamiento gráfico" Vinner (citado por Prieto & Vicente, 2006).

En este sentido, se debe promover más el uso de registros distintos al algebraico para que el estudiante avance en sus procesos de aprendizaje, teniendo como opción los registros gráficos que posiblemente ayudan a entender o relacionar el objeto matemático y su función en el estudio de las ecuaciones y de otros objetos matemáticos.

Por otro lado, es importante recordar que "la comprensión (integradora) de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de la conversión" (Duval, 1993, p.15). En este caso, la elaboración de los parques dan cuenta del uso de más de un registro, lo cual indica la coordinación rápida y espontánea que realizaron los estudiantes en sus conversiones cada vez que pasan de un registro a otro, relacionando el objeto con sus propiedades o características, por ejemplo, cuando los estudiantes plantean las ecuaciones en el juego de parques o cuando deben responder rápidamente las mismas para ganar tiempo sin fallar en las respuestas y poder ganar el juego. Por consiguiente, permitir que el estudiante explore, analice, relacione, escriba y represente sus ideas sirve para observar el proceso que realiza, detectar los obstáculos y aciertos en sus razonamientos.

Además, cabe resaltar que todos los grupos propusieron en el tablero de parques más de las cuatro preguntas solicitadas en la tarea, lo cual es un hecho positivo para esta secuencia notando el interés en el tema, lo cual no siempre ocurre en las tareas de matemáticas, pues en muchas ocasiones los estudiantes se limitan a realizar

solamente la cantidad solicitada. De igual manera, la elaboración del parqués permitió involucrar diferentes registros como el gráfico, el algebraico, el figural icónico y el verbal. Además, cabe resaltar que las preguntas de tipo algebraico incluían números racionales, lo cual es importante para esta investigación puesto que en muchas ocasiones se nota resistencia en el uso de este tipo de números.

Como segundo momento, frente a la práctica educativa desarrollada a partir de la implementación del parqués didáctico en el aula de clases, esta actividad permitió que los estudiantes lograran identificar la variable, plantear la ecuación y resolverla haciendo uso de los dados como de algunos cálculos mentales en las operaciones involucradas en cada movimiento.

En consecuencia, los dados sirvieron como medio para representar y manipular los elementos principales de una ecuación mediante una función dinámica que permitió organizar adecuadamente la ecuación, despejar la variable, observar la variabilidad de valores que puede tomar la incógnita, el desplazamiento correcto de los elementos de un lado al otro de la igualdad, teniendo en cuenta que la variable debía quedar con coeficiente uno.

Lo anterior fue suficiente y pertinente para que los estudiantes comprendieran el objeto, teniendo en cuenta que “los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión”. (Oviedo & Kanashiro, 2012, p.30). Muestra de ello se ilustra en la figura 9 de enseguida:



**Figura 9: Tratamiento hecho con los dados hecho por una estudiante. Fuente, Autora, 2017.**

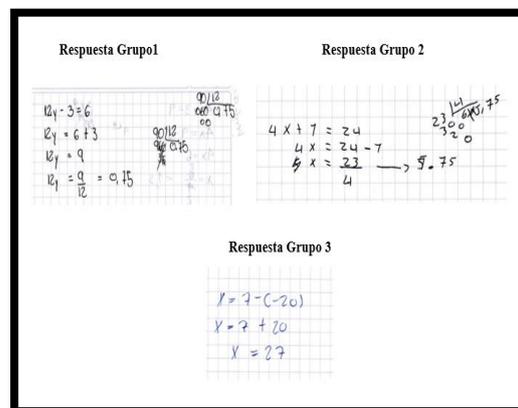
Por otro lado, de un total de 32 ecuaciones planteadas por los estudiantes distribuidas en los tres juegos de parqués se realizó una clasificación para organizar y analizar las respuestas obtenidas, ya que durante el juego no necesariamente se responden todas las preguntas puesto que eso depende de la cantidad de unidades que tenga que recorrer cada jugador y la casilla donde quede la ficha. La clasificación se hizo como se indica en la Tabla 2 de enseguida:

*Tabla 2. Ecuaciones planteadas por estudiantes en el juego de parqués didáctico*

Ecuaciones planteadas	Total
Ecuaciones lineales con coeficientes enteros	19
Ecuaciones lineales con coeficientes fraccionario	9
Ecuaciones en lenguaje verbal	4

Fuente: Autora, 2017

Del total de ecuaciones propuestas, los estudiantes respondieron 9 con coeficientes enteros, 4 con coeficientes fraccionarios y 1 de lenguaje verbal. Así, se observó que ocho estudiantes resolvieron mentalmente las ecuaciones con coeficientes enteros y respondieron de forma verbal la solución de cada una de éstas. Sin embargo, como las representaciones mentales no se pueden visualizar, se solicitó a cada grupo escribir a manera de ejemplo el procedimiento de al menos una de las ecuaciones de este tipo, las cuales se observan en la figura 10.



**Figura 10: Registros algebraicos hechos por los estudiantes. Fuente, Autora, 2017.**

Teniendo en cuenta que las representaciones mentales están relacionadas con el conjunto de concepciones o imágenes mentales que un individuo tiene acerca de un objeto y las

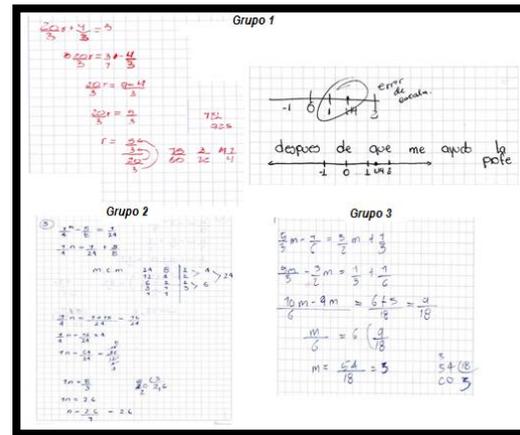


representaciones semióticas son aquellas producciones constituidas por el empleo de signos y el medio por el cual disponen los individuos para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles y accesibles a otros, además de que estas cumplen una función de comunicación y de objetivación necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma, del funcionamiento cognitivo del pensamiento, del tratamiento de la información, de la toma de conciencia y de la comprensión (Ospina, 2012:33), se logró a partir de este ejercicio, detectar el tratamiento realizado por los estudiantes respecto a las ecuaciones con coeficientes enteros, arrojando un resultado positivo a esta investigación puesto que una cantidad considerable de los participantes demostraron el manejo correcto del despeje de la variable, el desplazamiento adecuado del coeficiente y el cambio de operadores al pasar de un lado a otro en la igualdad, lo cual sucedió a través del juego que motivó a los estudiantes a resolver de forma rápida las preguntas para llegar a la meta.

Además, el juego fue un medio que permitió captar la atención de los estudiantes, hacer que comprendieran mejor los conceptos, desarrollar habilidades y destrezas y reforzar una actitud positiva ante la asignatura. Pese a ello, se debe reconocer que existen inconvenientes en el aspectos de orden espacial y temporal dentro del aula (Fernández, 2014), ya que no siempre se dispone del tiempo necesario para realizar actividades lúdicas en cada clase.

En este mismo sentido, el juego permitió que en los estudiantes no sólo se reproduzca la repetición de conocimientos, sino que también se potencialice el pensamiento, el trabajo en equipo, el liderazgo mediante diferentes actividades, la conquista de retos u objetivos alcanzables, la formación de espacios que hagan parte de su desarrollo integral como persona y el aprendizaje para afrontar diversas situaciones (Fernández, 2014).

Por otra parte, respecto a las cuatro ecuaciones con coeficientes fraccionarios y la pregunta verbal, todos los estudiantes tuvieron la necesidad de utilizar lápiz y papel para hallar su resultado, lo cual se registró de forma escrita como se muestra mediante un ejemplo en la figura 11:



**Figura 11: Registro gráfico de ecuaciones con coeficientes fraccionarios desarrolladas por estudiantes. Fuente: Autora 2017.**

A partir de los datos obtenidos, se observó un tratamiento en las representaciones semióticas de las ecuaciones de este tipo y la “conversión del registro verbal al registro gráfico” (Prieto & Vicente, 2006) en la respuesta del grupo uno. Del mismo modo, basados en los argumentos de Benítez (2009), Macías (2014) y Prieto & Vicente (2006) es necesario manejar al menos dos registros de representación semiótica para llevar a cabo tres funciones cognitivas — formación, tratamiento y conversión— con lo cual se puede lograr la aprehensión del objeto. Lo expuesto evidentemente se nota en las imágenes anteriores, en donde los estudiantes transitan entre el lenguaje verbal y el algebraico.

Este es un resultado importante debido a que se logró avanzar en aspectos cognitivos, pues el 90% de los participantes realizaron actividades de tratamiento y conversión de las E.L.C.U.V. a través del juego mediante la resolución de ecuaciones con coeficientes enteros y con coeficientes fraccionarios que requerían manejar muy bien los números racionales y pese a que no es común que los estudiantes se propongan este tipo de preguntas dado que en otras ocasiones muestran dificultad para manejar los números racionales evitándolos en cuanto tengan la oportunidad, en este caso sucedió lo contrario porque todos resolvieron con naturalidad las ecuaciones con coeficientes fraccionarios encontradas en el recorrido del juego.

Por otro lado, las figuras geométricas representadas por el grupo 3 no arrojaron ningún tipo de tratamiento o conversión debido a que fueron utilizados solamente como dibujo para

adornar el parqués y para indicar la importancia de las ecuaciones en el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, tal como lo manifestó un estudiante (integrante del grupo 3) en una entrevista:

Nosotros hicimos los dibujos porque pensamos que las ecuaciones se aplican en la solución de áreas y volúmenes y que por eso había que aprender a resolverlas bien, pero no colocamos preguntas en el juego sobre los dibujos, solo fue por eso.

En estos casos resulta útil acercarse más a observar las actividades cognitivas de algunos estudiantes para entender mejor sus pensamientos matemáticos, la relación que establecen entre los objetos matemáticos, sus aportes, procedimientos y respuestas, para aplicar una educación inclusiva que nos permita llegar al cumplimiento de los objetivos propuestos en cualquier clase, atendiendo que la asimilación y el aprendizaje matemático requieren emplear diversas representaciones y para ello es indispensable el uso de símbolos y de una enseñanza personalizada mediante la cual pueda establecerse un proceso con la semiótica del objeto (Macías, 2014).

Por otra parte, con la manipulación de las unidades significantes representadas en los datos se observó que los estudiantes lograron pasar a dividir el coeficiente adherido a la variable al otro lado de la igualdad, pues anteriormente siete estudiantes olvidaban realizar este paso y con bastante frecuencia lo pasaban a dividir dejando indicada la multiplicación entre este y la variable al mismo tiempo. Lo anterior indica un logro significativo en el tratamiento de las ecuaciones lineales puesto que con la ayuda de los datos se pudo visualizar el movimiento del coeficiente de un lado al otro, el cual sirve para mostrarle al estudiante porque no debe quedar escrito dos veces en la misma ecuación.

A partir de los resultados finales de las ecuaciones con coeficientes fraccionarios surgió la necesidad de convertir la expresión de números fraccionarios en la expresión decimal respectiva, algunas de las cuales los estudiantes resolvieron mentalmente y otras resolvieron utilizando lápiz y papel para realizar la división y encontrar su valor aproximado; de esta manera cada grupo acordaba cuantas casillas debían correr. La determinación de esta situación muestra la conversión y tratamiento de la representación numérica y algebraica de cada

una de las diez ecuaciones propuestas en el juego. Por ejemplo (ver figura 12):

Conversión	Tratamiento
$\frac{1}{4}r + 3 = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{1}{4}r = \frac{4}{5} - 3$	$\Rightarrow r = -8,8$
$\Rightarrow \frac{1}{4}r = \frac{-11}{5}$	$\Rightarrow r = -9$ <u>Aproximadamente.</u>
$\Rightarrow r = \frac{-44}{5}$	

**Figura 12: Tratamiento y conversión de representaciones numéricas. Adaptado de Duval (2006)**

Aquí se observa como los estudiantes una vez obtuvieron la respuesta de la variable, transitaron hacia la translocación del resultado fraccionario a número decimal, haciendo la respectiva aproximación numérica para así finalmente definir el número de casillas que debían avanzar o retroceder en el tablero.

### Conclusiones

Se evidenció que el trabajo colaborativo fue fundamental para que todos elaboraran el parqués, seleccionaran las preguntas, acordaran las opciones para correr las fichas en caso de que la respuesta fuera un número decimal y realizaran divisiones sin calculadora.

La hora adicional de clase que se tuvo que utilizar para completar esta actividad fue de gran utilidad para explicar el juego, preparar a los estudiantes antes de ser evaluados cuantitativamente y obtener buenos resultados, ya que de este tiempo dependía que todos los participantes entendieran el juego, respondieran correctamente las ecuaciones, fueran propositivos a la hora de obtener respuestas negativas o decimales y además pudieran divertirse con el juego hasta tener un ganador.

Se resalta la utilidad del juego, ya que a través de este se evidenció una mayor agilidad mental en el desarrollo de las ecuaciones, lo cual no sucede naturalmente cuando se trabaja con un taller impreso sin ningún tipo de actividad lúdica para resolverlo. Esto implica que al jugar con los parqués se logró motivar a los estudiantes y fortalecer sus habilidades mentales e



intelectuales, lo cual es importante en el aprendizaje de cualquier objeto.

Como lo plantea Fernández (2014), los juegos son necesarios y útiles dentro de las clases de Matemáticas porque desarrollan habilidades, permiten reconocer el objeto, forman pensamiento autónomo, influyen en actitudes para la vida personal, funciona para que los docentes aprendan y utilicen nuevas metodologías y formas de trabajar en el aula, y evitan solo aprender contenidos. En consecuencia, los resultados y desempeño de los estudiantes durante el desarrollo de esta actividad permiten inferir que esta metodología de enseñanza y evaluación fue pertinente y positiva para trabajar la conversión y tratamiento del objeto de estudio específico, y desde el punto de vista pedagógico, esta metodología podría considerarse como alternativa para recordar con mayor facilidad el comportamiento de un objeto.

La metodología utilizada en la clase tanto para enseñar como para evaluar puede catalogarse en un 90% exitosa ya que los resultados obtenidos por los estudiantes fueron sobresalientes, a pesar de que no todos los grupos presentaron más de dos registros de representación, ni conversión entre ellos y porque el registro figural fue incompleto al no presentarse una relación más amplia entre este y el objeto de estudio más que la mencionada por el estudiante E10.

Hay que tener en cuenta que “la conversión de las representaciones semióticas constituyen la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de alcanzar para mayoría de los alumnos” (Duval, 1999, p.46) y entre los aspectos que dificultan esta transformación pueden estar la comprensión de un contenido limitado algunas veces a la representación en que se aprendió, la falta de coordinación entre los registros o el desconocimiento de alguno de los registros de representación. Además, Duval afirma que no existen reglas de conversión que permitan hacer el paso de un registro a otro. Por lo tanto puede deducirse que es normal que se haya presentado esta situación entre los participantes.

Adicionalmente, se resalta que la forma en que se evaluó esta actividad fue aceptada en un 99% de los estudiantes, ya que fue distinta a los exámenes escritos a los que están acostumbrados.

Finalmente cabe anotar que el 100% de las preguntas fueron resueltas correctamente por

los jugadores y no se presentaron resistencias o apatías ante ellas, al contrario, todos fueron partícipes de la actividad, mostrando una actitud positiva en la clase, las cuales pudieron leerse en las reflexiones sobre las fortalezas y/o dificultades obtenidas, evidencias que no hacen parte de este artículo.

## BIBLIOGRAFÍA

Arenas, S. B. S. (2013). *Las ecuaciones lineales, desde situaciones cotidianas*. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ciencias Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales Medellín, Colombia 2013.

Benítez Pérez, Alma Alicia (2009). *Estudio de la primera representación gráfica de ecuaciones algebraicas en contexto*. Innovación Educativa, vol. 9, núm. 46, enero-marzo, 2009, pp.41-49. Instituto Politécnico Nacional Distrito Federal, México.

Duval, R (1993). *Registres de représentation s'émotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives p. 37-65.

Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Traducido por Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali Colombia: Artes Gráficas Univalle.

El Tiempo (sep. 28, 2013). *¿Por qué somos tan malos en Matemáticas?* Disponible en: <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13088961>.

Erazo H, J. D. & Ospina M, L. P (2013). *Una estrategia didáctica para la enseñanza de ecuaciones lineales con una incógnita en el marco de la pedagogía conceptual*. [jderazo@uniquindio.edu.co](mailto:jderazo@uniquindio.edu.co) – [lpospina@uniquindio.edu.co](mailto:lpospina@uniquindio.edu.co). Universidad del Quindío, Armenia – Colombia.

Fernández, L. M. (2014). *El juego y las matemáticas*. Universidad de la Rioja. Trabajo de fin de grado. Facultad de Letras y de la Educación.

Londoño, O; Muñoz, S. & Jaramillo, L. (2010). *Acercamiento de la ecuación de primer grado desde la modelación*. Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemáticas Educativa. Universidad de Antioquia.

Macías, Sánchez, J. (2014). *Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje*. Revista de Investigación Educativa Conect@2, 4(9): 27-57. Universidad Internacional de La Rioja (UNIR).

Ministerio de Educación Nacional, (1998). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Disponible en: [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articulos-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf).

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal*. Universidad Autónoma de Manizales.

Oviedo, L. M. & Kanashiro, A. M. (2012). *Los registros semióticos de representación en matemática*. Facultad de Ingeniería Química y Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas. UNL. E.E.M.P.I N° 8106 Don Bosco. Santa Fe. Revista Aula Universitaria 13. Págs. 29 a 36

Prieto, F.R., & Vicente, S.L. (2006). *Análisis de registros semióticos en actividades de ingresantes a la facultad de ingeniería*. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de La Pampa - República Argentina. [fabio@cpenet.com.ar](mailto:fabio@cpenet.com.ar) - [sonia@ing.unlpam.edu.ar](mailto:sonia@ing.unlpam.edu.ar).

Salvador, A. (2002). *El juego como recurso didáctico en el aula de matemáticas*. Universidad Politécnica de Madrid. (p. 8)

Tamayo Bermúdez, Carlos A. (2006). *El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas*. Encuentro colombiano de matemática educativa. Instituto Salesiano Pedro Justo Berrío (Medellín). Asociación Colombiana de Matemática Educativa ASOCOLME.

